MÉMOIRE

Sur les applications du Calcul des Chances à la Statistique judiciaire ;

PAR A.-A. COURNOT,

Recteur de l'Académie de Grenoble.

1. Il est manifeste que les conditions de majorité, de pluralité, imposées aux décisions d'un corps judiciaire ou d'une assemblée délibérante, doivent avoir des relations avec la théorie mathématique des chances. Un accusé qui ne connaît pas ses juges, qui ignore leurs dispositions favorables ou défavorables, qui n'est instruit ni du système de procédure suivi dans l'instruction et dans les débats, ni de la manière dont les juges communiquent entre eux et recueillent leurs votes ne regardera pas comme indifférent d'être jugé par un tribunal de trois juges, qui condamne à la pluralité de deux voix, ou par un tribunal de six juges, qui ne peut condamner qu'à la pluralité de quatre voix. Il y a donc dans le seul énoncé du nombre des votants et du chiffre de pluralité des conditions arithmétiques, indépendantes des qualités et des dispositions personnelles des juges : conditions qui, par l'influence constante qu'elles exercent sur une série nombreuse de décisions, doivent prévaloir à la longue sur les circonstances variables de la composition du tribunal dans chaque affaire particulière. Il y a par conséquent une question purement arithmétique au fond de toute loi régulatrice des votes d'un tribunal : cette question est essentiellement du ressort de la théorie des chances; mais aussi le calcul doit nécessairement emprunter certaines données à l'observation, c'est-à-dire à la statistique judiciaire qui résume et coordonne des faits assez nombreux pour que les anomalies du hasard soient sans influence sensible sur les résultats moyens.

Deux hommes célèbres à des titres différents, Condorcet et Laplace, se sont occupés d'appliquer le calcul des chances ou des probabilités aux jugements des tribunaux, l'un dans un traité spécial sur la matière, l'autre incidemment dans son grand ouvrage sur la théorie des probabilités. Mais aux époques où Condorcet et Laplace écrivaient, la statistique judiciaire n'existait pas encore. Pour tirer du calcul quelques résultats numériques, ces auteurs ont été obligés de faire des hypothèses arbitraires, et que l'on a avec raison contestées. On sait d'ailleurs que dans toutes les branches des Mathématiques appliquées, où l'on ne procède que par des approximations successives, le contrôle des faits est indispensable pour affermir les raisonnements théoriques, et mettre sur la trace des erreurs qui échappent à l'esprit le plus attentif. Il en doit être de même, à plus forte raison, dans un sujet aussi délicat.

Un grand pays tel que la France, régi par une législation rigoureusement uniforme et par une administration centralisée, se trouve placé dans les circonstances les plus favorables pour la formation de la statistique judiciaire. C'est aussi en France que l'administration de la justice a pris, il y a une douzaine d'années, l'initiative de la publication des *Comptes rendus*, où l'on puisera un jour une foule de documents précieux pour le perfectionnement de la législation, et l'étude de la société, sous les rapports moraux et civils.

Tout récemment, M. Poisson a publié sous le titre de *Recherches sur la Probabilité des Jugements en matière criminelle et en matière civile*, un ouvrage étendu où pour la première fois ont été employées les données de la statistique officielle. Cet ouvrage, que le nom de l'illustre auteur, l'importance et la nouveauté du sujet recommandaient assez à l'attention publique, n'a pas encore épuisé la question. Occupé moi-même de recherches analogues, et honoré, par suite d'une bienveillance qui m'est singulièrement précieuse, de quelques communications anticipées sur le contenu de ce traité, j'ai dû en attendre la publication pour achever de m'éclairer, et profiter des indications qu'il renferme. On jugera, en lisant le présent Mémoire, de la valeur des développements nouveaux que j'ai cru devoir ajouter à la partie théorique de la question, et des définitions également nouvelles à l'aide desquelles il m'a semblé indispensable de fixer le sens de certains termes qui n'avaient par reçu une détermination mathématique.

Déjà familiarisé par des études antérieures avec les principes de notre droit et de notre organisation judiciaire, j'ai examiné attentivement les *Comptes rendus*, et par des dépouillements convenables j'ai reconnu des faits curieux de pure statistique que les tableaux ne mettaient pas dans une suffisante évidence. On trouvera dans ce Mémoire quelques indications sur des lacunes que présentent les *Comptes rendus* déjà publiés, et qu'il serait facile de combler dans ceux qui paraîtront à l'avenir.

M. Poisson s'est principalement et presque exclusivement occupé de l'application des formules aux jugements des jurys en matière de grand criminel. Je fais voir que l'on peut renfermer entre des limites assez étroites les valeurs inconnues des probabilités des jugements des tribunaux de première instance et d'appel en matière civile. Mais j'ai principalement insisté sur l'application des formules aux appels de police correctionnelle, application que l'on peut rendre plus complète que toute autre, à la faveur du système assez compliqué qui régit ces appels; et qui successivement envisagée sous des faces diverses, montre bien comment les hypothèses théoriques doivent se modifier, pour s'adapter de mieux en mieux à la nature spéciale de chaque question.

2. Quoiqu'on ait toujours eu en vue, en traitant de la probabilité des jugements, d'appliquer cette théorie aux jugements des tribunaux civils et criminels, il n'est pas hors de propos de prendre d'abord le mot de *jugement* avec toute la latitude d'acception qu'il conserve, tant dans la langue commune que dans la langue philosophique, et d'étudier d'une manière tout-à-fait générale les conséquences qui résultent de l'association de l'idée de chance à l'idée de jugement. Cette étude, intéressante en elle-même, nous préparera à mieux comprendre la théorie spéciale des jugements des tribunaux.

Pour fixer les idées par un exemple, supposons qu'un observateur de la campagne, un homme dont l'attention s'est toujours portée sur l'état du ciel, soit dans l'habitude de pronostiquer, à chaque coucher du soleil, le temps qu'il fera le jour suivant. Si l'on tenait registre de ses pronostics ou de ses jugements, et que, sur un grand nombre n de ces jugements, il y en eût m que l'événement a vérifiés, la fraction $\frac{m}{n} = v$ exprimerait la probabilité que l'événement vérifiera un autre jugement ou pronostic du même observateur. En d'autres termes, s'il n'a ni gagné ni perdu en perspicacité, on trouverait en continuant à tenir registre de ses pronostics, que le nombre M des pronostics vérifiés par l'événement est au nombre total N des pronostics, sensiblement dans le rapport de m à n, pourvu que les nombres M et N fussent suffisamment grands.

Concevons maintenant que deux observateurs A et B fassent chacun de leur côté la même observation, et que v' soit pour l'observateur B l'analogue du nombre v pour l'observateur A. Si les causes qui influent sur la vérité ou l'erreur du jugement de A étaient complétement indépendantes de celles qui influent sur la vérité ou l'erreur du jugement de B; si, par exemple, ces causes résidaient dans les dispositions physiques et morales des deux observateurs dans l'état de santé dont ils jouissent, dans le degré d'attention qu'ils apportent, etc., on aurait évidemment :

1°. Pour la probabilité que les deux observateurs seront d'accord dans le jugement qu'ils émettront, soit qu'ils devinent juste, soit qu'ils se trompent tous deux,

$$p = vv' + (1 - v)(1 - v') = 1 - (v + v') + 2vv'; \qquad (1)$$

2°. Pour la probabilité de deux jugements contradictoires,

$$q = v(1 - v') + v'(1 - v) = v + v' - 2vv' = 1 - p;$$

3°. Pour la probabilité que le pronostic au sujet duquel les deux observateurs sont d'accord, se vérifiera,

$$V = \frac{vv'}{vv' + (1 - v)(1 - v')};$$

4°. Pour la probabilité que le pronostic de A se vérifiera, quand le jugement de B est contraire,

$$V' = \frac{v(1 - v')}{v(1 - v') + v'(1 - v)}.$$

Ces expressions doivent être entendues dans un sens objectif et absolu : elles signifient que si l'on tenait effectivement registre des pronostics des deux observateurs pour les comparer avec l'événement, sur un très grand nombre N d'observations simultanées, on en trouverait sensiblement

$$pN = [\nu\nu' + (1-\nu)(1-\nu')]N,$$

pour lesquelles les deux observateurs sont tombés d'accord; dans ce nombre

$$\frac{\nu\nu'}{\nu\nu' + (1-\nu)(1-\nu')}N$$

qui ont été confirmées par l'événement, et ainsi de suite; les ν, ν' ayant été déterminés par une série d'observations précédentes, ainsi qu'on l'a expliqué ci-dessus.

3. Dans l'exemple que nous imaginons, la vérité ou l'erreur de chaque observateur peuvent être soumis à un *criterium* infaillible, et ce *criterium*, c'est l'observation même de l'événement. Mais dans une foule d'autres cas un semblable *criterium* n'existe pas, et même il répugne à la nature des choses qu'il en existe un. Par exemple, quand un médecin prescrit un traitement à son malade, on ne saurait tirer de l'événement un *criterium* infaillible de la vérité ou de l'erreur du jugement du médecin; car il peut se faire que le malade succombe quoique le traitement prescrit soit réellement le meilleur, et au contraire qu'il guérisse malgré les vices du traitement. A supposer donc que deux médecins soient appelés en consultation, ensemble ou séparément, pour une nombreuse série de cas pathologiques, il n'y aura aucun moyen de déterminer directement les nombres ν, ν', exprimant, pour chacun des deux médecins, la probabilité d'un pronostic ou jugement vrai; mais le registre des consultations fera connaître combien de fois les deux médecins ont été d'accord et combien de fois ils ont émis des opinions contraires. On aura donc, si la série des observations est suffisamment grande, une valeur sensiblement exacte du nombre p qui entre dans l'équation (1), et par suite on aura une équation de condition entre les valeurs numériques de ν et de ν', valeurs numériques qu'il est impossible d'assigner par des observations directes.

On ne doit pas perdre de vue que l'existence de cette équation de condition repose sur l'hypothèse que les causes anomales qui prédisposent à la vérité ou à l'erreur le jugement de A sont indépendantes de celles qui prédisposent à la vérité ou à l'erreur le jugement de B. Nous nous bornons d'abord à étudier les conséquences de cette hypothèse, tacitement admise par tous ceux qui ont traité jusqu'ici de la probabilité des jugements.

4. Revenons à notre premier exemple, pris dans les pronostics météorologiques, et supposons qu'on tienne registre d'une série de pronostics faits par trois observateurs A, B, C. Conservons aux lettres v, v' leur signification, et appelons v'' l'analogue de v pour l'observateur C. Il pourra arriver que les trois observateurs soient d'accord, que A soit d'un avis contraire à B et à C, que B soit d'un avis contraire à A et à C, ou bien enfin que C soit opposé à A et à B. En appelant p, a, b, c ces quatre probabilités, on aura

$$\left.\begin{aligned} p&=vv'v''+(1-v)(1-v')(1-v'')=1-(v+v'+v'')+vv'+vv''+v'v'',\\ a&=(1-v)v'v''+v(1-v')(1-v'')=v(1-v'-v'')+v'v'',\\ b&=(1-v')vv''+v'(1-v)(1-v'')=v'(1-v-v'')+vv'',\\ c&=(1-v'')vv'+v''(1-v)(1-v')=v''(1-v-v')+vv'. \end{aligned}\right\}(2)$$

Il est évident *à priori* que les fractions p, a, b, c doivent être liées par l'équation de condition

$$p+a+b+c=1,$$

équation qui se vérifie aussi au moyen des expressions précédentes.

Il suit de là que si l'on déterminait par l'observation directe, au moyen d'une nombreuse série d'épreuves, les nombres v, v', v'', p, a, b, c, les valeurs de ces nombres devraient vérifier les équations (2); et si elles ne satisfaisaient pas à ces équations, ce serait une preuve que l'hypothèse admise sur l'indépendance des causes d'erreur pour chacun des observateurs A, B, C, n'est pas conforme à la réalité.

Au contraire dans le cas où il n'y a pas de *criterium* propre à déterminer directement les nombres v, v', v'', on peut déterminer ces nombres indirectement au moyen des valeurs de p, a, b, c, données par l'observation, et de trois quelconques des équations (2), la quatrième rentrant dans les trois autres. A cause de la symétrie il convient de choisir les trois dernières, et si nous posons

$$v = \frac{1}{2} + z, \quad v' = \frac{1}{2} + z', \quad v'' = \frac{1}{2} + z'',$$

$$a - \frac{1}{4} = \alpha, \quad b - \frac{1}{4} = \beta, \quad c - \frac{1}{4} = \gamma,$$

ces équations deviendront

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= z'z'' - zz' - zz'', \\ \beta &= zz'' - zz' - z'z'', \\ \gamma &= zz' - zz'' - z'z'', \end{aligned}\right\} \text{d'où} \left\{\begin{aligned} z'z'' &= -\frac{\beta+\gamma}{2}, \\ zz'' &= -\frac{\alpha+\gamma}{2}, \\ zz' &= -\frac{\alpha+\beta}{2}; \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

et par suite,

$$z = \pm\sqrt{-\frac{(\alpha+\beta)(\alpha+\gamma)}{2(\beta+\gamma)}}, z' = \pm\sqrt{-\frac{(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)}{2(\alpha+\gamma)}}, z'' = \pm\sqrt{-\frac{(\alpha+\gamma)(\beta+\gamma)}{2(\alpha+\beta)}};$$

$$v = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(a+b-\frac{1}{2}\right)\left(a+c-\frac{1}{2}\right)}{1-2(b+c)}},$$

$$v' = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(a+b-\frac{1}{2}\right)\left(b+c-\frac{1}{2}\right)}{1-2(a+c)}},$$

$$v'' = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(a+c-\frac{1}{2}\right)\left(b+c-\frac{1}{2}\right)}{1-2(a+b)}}.$$

Pour que les valeurs de v, v', v'' soient réelles, il faut que les trois quantités

$$a + b - \frac{1}{2}, \quad a + c - \frac{1}{2}, \quad b + c - \frac{1}{2} \qquad (m)$$

soient toutes trois négatives, ou que deux soient positives et la troisième négative. En outre, pour que les valeurs de v, v', v'' restent renfermées entre zéro et l'unité, il faut, comme on le démontre aisément, que les trois quantités (m) soient chacune numériquement inférieure à $\frac{1}{2}$. Or, pour que cette dernière condition soit satisfaite, il faut et il suffit que l'on ait

$$a + b < 1, \quad a + c < 1, \quad b + c < 1.$$

Si ces diverses conditions ne sont pas satisfaites par les valeurs de a, b, c, telles que l'observation les donne, ce sera une preuve que l'hypothèse admise sur l'indépendance des causes d'erreur doit être rejetée.

Les valeurs de z, z', z'', et par suite celles de v, v', v'' sont doubles, en raison de l'ambiguité du signe radical; mais, à cause des équations (3), il n'est pas permis de combiner indifféremment ces valeurs. En effet, par suite de la remarque faite précédemment sur les signes des quantités (m), il faut que les trois produits

$$zz', \quad zz'', \quad z'z'', \qquad (n)$$

soient positifs, ou que deux soient négatifs et le troisième positif. Supposons-les tous les trois positifs : il en résultera que les quantités z, z', z'' doivent être prises à la fois toutes trois positives, ou toutes trois négatives; et si l'on faisait une autre hypothèse sur les signes des quantités (m) ou (n), on trouverait qu'à chacune d'elles ne correspondent que deux hypothèses sur les signes des quantités z, z', z'', ou deux systèmes de valeurs pour les inconnues v, v', v''.

5. Cette analyse s'applique naturellement aux jugements des tribunaux composés de trois juges, comme le sont en France la plupart des tribunaux de première instance. Si le greffier tenait note des votes de chaque juge, le relevé de ces notes donnerait, après l'expédition d'un assez grand nombre d'affaires, les valeurs des nombres a, b, c, avec toute la précision désirable. On pourrait donc en déduire, par les formules précédentes, les valeurs de v, v', v'' qu'il serait impossible de déterminer directement, attendu que la vérité ou la bonté du jugement d'un tribunal ne peuvent être contrôlées que par un autre tribunal, sujet lui-même à l'erreur, de quelques lumières que l'on suppose ses membres pourvus.

Le calcul donnerait, il est vrai, deux systèmes de valeurs pour les nombres v, v', v'': mais, dans la plupart des cas, l'un des deux systèmes serait *à priori* inadmissible, ce qui lèverait toute ambiguité. Si, par exemple, les trois quantités (m) étaient négatives, les valeurs de v, v', v'', seraient dans le premier système toutes plus grandes, et dans le second toutes plus petites que $\frac{1}{2}$. Or il répugnerait d'admettre que dans un tribunal de trois juges chaque juge rencontre l'erreur plus souvent que la vérité : ce serait prendre au sérieux la plaisanterie de ce juge de Rabelais qui remettait aux dés la décision des procès. Le premier système serait donc seul admissible ; et le calcul donnerait ainsi, par voie indirecte, les valeurs de v, v', v'', d'une manière aussi sûre que pourrait les donner l'observation directe, si l'on était en possession d'un *criterium* infaillible pour des jugements de cette nature.

Il faut bien remarquer que toutes ces conséquences reposent sur une hypothèse dont nous aurons à discuter plus loin la légitimité : sur celle de l'indépendance des causes qui prédisposent à l'erreur chaque juge individuellement ; de sorte que les cas où l'un des juges se trompe, se combinent indifféremment avec ceux où l'autre juge rencontre la vérité ou l'erreur. Mais d'abord la détermination des valeurs de a, b, c donnerait souvent la preuve directe que cette hypothèse est inadmissible, en assignant à v, v', v'' des valeurs imaginaires, ou négatives, ou plus grandes que l'unité ; et dans le cas contraire les valeurs assignées à v, v', v'' seraient au moins (comme on l'expliquera plus loin) des limites au-dessous desquelles devraient tomber les véritables valeurs des fractions que ces lettres représentent.

Si l'on pouvait considérer *à priori* les trois fractions v, v', v'' comme égales entre elles, ou la chance d'erreurs comme la même pour chaque votant, on ferait dans la première équation (2), $v = v' = v''$, et l'on en tirerait

$$p = 1 - 3v + 3v^2, \quad v = \tfrac{1}{2} \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{4p-1}{3}}, \qquad (4)$$

ou simplement

$$v = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{4p-1}{3}},$$

en rejetant la valeur de v qui tombe au-dessous de $\frac{1}{2}$. Dans cette hypothèse il suffirait donc, comme l'a remarqué Laplace, de connaître le rapport du nombre des jugements rendus à l'unanimité au nombre total des jugements, rapport que nous désignons par p. Ce rapport, dont la détermination n'offrirait ni difficulté, ni inconvénient dans la pratique, devrait surpasser $\frac{1}{4}$; sans quoi, la valeur de v devenant imaginaire, on serait averti de la fausseté de l'une au moins des hypothèses adoptées, savoir celle de l'indépendance des causes d'erreur pour chaque votant, et celle de l'égalité des chances d'erreur, aussi pour chaque votant.

Au reste, bien que cette dernière hypothèse soit sans doute arbitraire et inadmissible en général, il est aisé de voir que l'on peut considérer la racine de l'équation (4) comme exprimant sensiblement la moyenne des véritables valeurs des trois quantités v, v', v'', du moins lorsque les différences entre ces valeurs ne sont pas fort grandes relativement. Pour prendre un exemple, supposons que les valeurs de v, v', v'' tirées des trois dernières équations (2) soient respectivement 0,6, 0,7, 0,8; auquel cas la moyenne sera 0,7, et la valeur correspondante de p devra être 0,36. En substituant cette valeur de p dans l'équation (4), on en tirera $v = 0,692$, valeur qui n'est inférieure que de $\frac{1}{125}$ à la moyenne véritable.

Il serait sans doute intéressant de connaître pour chaque tribunal composé de juges permanents une valeur aussi approchée de la moyenne des probabilités de vérité et d'erreur pour chaque juge; et dès-lors on doit désirer que l'administration prenne des mesures à l'effet de faire constater, pour chaque tribunal de cette nature, le rapport du nombre des jugements rendus à l'unanimité pendant une période décennale, au nombre total des jugements; bien entendu que l'on ferait une catégorie à part des jugements de pure forme, de ceux que l'on appelle *convenus*, des jugements par défaut, et ainsi de suite.

6. La probabilité que le tribunal de trois juges prononcera son jugement à l'unanimité, et qu'il jugera bien, a pour valeur

$$vv'v'';$$

la probabilité que le tribunal jugera encore bien, mais à la simple majorité, est exprimée par

$$(1 - v)v'v'' + (1 - v')vv'' + (1 - v'')vv'.$$

En conséquence, si l'on désigne par V la probabilité que le tribunal jugera bien, soit à l'unanimité, soit à la simple majorité, on aura

$$V = vv'v'' + (1-v)v'v'' + (1-v')vv'' + (1-v'')vv' = vv' + vv'' + v'v'' - 2vv'v''. \quad (5)$$

En d'autres termes, le tribunal constitue une personne morale, pour laquelle V représente ce que désignent respectivement les lettres v, v', v'' pour chacun des juges A, B, C.

Il devrait toujours y avoir entre les nombres v, v', v'' de tels rapports que la valeur de V, donnée par l'équation (5), fût supérieure à chacun de ces nombres; car si V, par exemple, était plus petit que v, il serait déraisonnable d'adjoindre les juges B et C au juge A, cette adjonction n'ayant pour effet que de diminuer la probabilité d'un *bien jugé*. Or, l'équation (5), mise sous la forme

$$V = v(v' + v'') - (2v - 1)v'v'',$$

nous montre que l'on aura nécessairement $V < v$, si l'on suppose à la fois

$$v' + v'' < 1, \ v > \tfrac{1}{2};$$

mais dans le cas plus probable où les trois nombres v, v', v'' seraient chacun plus grand que $\frac{1}{2}$, V serait nécessairement plus grand que chacun de ces nombres.

Si l'on attribuait aux probabilités des voix A, B, C des valeurs égales entre elles, et égales à la moyenne des vraies valeurs de v, v', v'', la probabilité du bien jugé n'aurait plus la valeur donnée par l'équation (5), mais une autre valeur

$$V_1 = \frac{1}{3}(v + v' + v'')^2 - \frac{2}{27}(v + v' + v'')^3.$$

On en déduit :

$$V - V_1 = 2\left[\frac{1}{27}(v + v' + v'')^3 - vv'v''\right] - \frac{1}{3}\left[v^2 + v'^2 + v''^2 - (vv' + vv'' + v'v'')\right].$$

D'après des formules connues (*), on a toujours

$$vv'v'' < \frac{1}{27}(v + v' + v'')^3, \quad vv' + vv'' + v'v'' < v^2 + v'^2 + v''^2;$$

(*) *Voyez* Cauchy, *Analyse algébrique*, note II mais néanmoins la différence $V - V_1$ peut être, selon les cas, positive ou négative : en posant, pour simplifier, $v' = v''$, on aura

$$V - V_1 = 2\left[\frac{1}{27}(v + 2v')^3 - vv'^2\right] - \frac{1}{3}(v - v')^2,$$

expression qui peut se mettre sous la forme

$$V - V_1 = \frac{1}{27}(v - v')^2(2v + 16v' - 9).$$

Lorsque chacune des quantités v, v' dépassera $\frac{1}{2}$, la différence $V - V_1$ sera positive ; de sorte que l'égale répartition entre les juges de ce que l'on pourrait nommer le fonds commun de probabilité, affaiblirait dans ce cas pour le tribunal la probabilité du bien jugé. En prenant pour exemple, avec M. Poisson (*),

$$v = \frac{4}{5}, \quad v' = \frac{3}{5},$$

on aura $V = \frac{93}{125}$, $V_1 = \frac{20}{27}$, $V - V_1 = \frac{11}{3375}$. Mais il suffirait de prendre

$$v' < \frac{9 - 2v}{16},$$

pour rendre au contraire $V_1 > V$.

7. Afin d'indiquer au moins la marche générale du calcul, considérons encore le cas où le tribunal serait formé de quatre juges A, B, C, D. Appelons v, v', v'', v''' leurs chances de bien juger ; admettons qu'on ait constaté leurs votes dans une longue série de jugements communs ; que a désigne le rapport du nombre de cas où le juge A s'est trouvé seul de son avis, au nombre total des jugements compris dans la série ; que b, c, d désignent les rapports analogues pour les juges B, C, D. On aura, pour déterminer les quatre inconnues v, v', v'', v''', les quatre équations

$$\begin{aligned}
a &= (1 - v)v'v''v''' + v(1 - v')(1 - v'')(1 - v'''),\\
b &= (1 - v')vv''v''' + v'(1 - v)(1 - v'')(1 - v'''),\\
c &= (1 - v'')vv'v''' + v''(1 - v)(1 - v')(1 - v'''),\\
d &= (1 - v''')vv'v'' + v'''(1 - v)(1 - v')(1 - v'').
\end{aligned}$$

(*) *Recherches sur la Probabilité des Jugements*, p. 406.

En constatant les cas où A et B auraient été d'un même avis contre C et D, A et C d'un même avis contre B et D, A et D d'un même avis contre B et C, enfin les cas d'unanimité, on formerait quatre autres équations d'où l'on pourrait encore tirer les valeurs de v, v', v'', v'''; et si ces valeurs ne s'accordaient pas avec celles qui sont déduites des valeurs de a, b, c, d, ce serait une preuve qu'on doit rejeter l'hypothèse de l'indépendance des causes d'erreurs pour chaque juge.

Si l'on pose dans les équations précédentes

$$v=\tfrac{1}{2}+z,\quad v'=\tfrac{1}{2}+z',\quad v''=\tfrac{1}{2}+z'',\quad v'''=\tfrac{1}{2}+z''';$$
$$2a-\tfrac{1}{4}=\alpha,\quad 2b-\tfrac{1}{4}=\beta,\quad 2c-\tfrac{1}{4}=\gamma,\quad 2d-\tfrac{1}{4}=\delta;$$

elles deviendront :

$$\begin{aligned}
\alpha &= z'z''+z'z'''+z''z'''-zz'-zz''-zz'''-4zz'z''z''',\\
\beta &= zz''+zz'''+z''z'''-zz'-z'z''-z'z'''-4zz'z''z''',\\
\gamma &= zz'+zz'''+z'z'''-zz''-z'z''-z''z'''-4zz'z''z''',\\
\delta &= zz'+zz''+z'z''-zz'''-z'z'''-z''z'''-4zz'z''z'''.
\end{aligned}$$

On en déduit :

$$\left.\begin{aligned}
\alpha+\beta &= 2(z''z'''-zz')-8zz'.z''z''',\\
\gamma+\delta &= 2(zz'-z''z''')-8zz'.z''z''';
\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

d'où

$$\begin{aligned}
8zz' &= \gamma+\delta-(\alpha+\beta)\pm\sqrt{[\alpha+\beta-(\gamma+\delta)]^2-4(\alpha+\beta+\gamma+\delta)},\\
8z''z''' &= \alpha+\beta-(\gamma+\delta)\pm\sqrt{[\alpha+\beta-(\gamma+\delta)]^2-4(\alpha+\beta+\gamma+\delta)}.
\end{aligned}$$

On trouverait de même

$$\begin{aligned}
8zz'' &= \beta+\delta-(\alpha+\gamma)\pm\sqrt{[\alpha+\gamma-(\beta+\delta)]^2-4(\alpha+\beta+\gamma+\delta)},\\
8z'z''' &= \alpha+\gamma-(\beta+\delta)\pm\sqrt{[\alpha+\gamma-(\beta+\delta)]^2-4(\alpha+\beta+\gamma+\delta)},\\
8zz''' &= \beta+\gamma-(\alpha+\delta)\pm\sqrt{[\beta+\gamma-(\alpha+\delta)]^2-4(\alpha+\beta+\gamma+\delta)}.\\
8z'z'' &= \alpha+\delta-(\beta+\gamma)\pm\sqrt{[\beta+\gamma-(\alpha+\delta)]^2-4(\alpha+\beta+\gamma+\delta)}.
\end{aligned}$$

Chacun des produits zz', $z''z'''$, etc., a deux valeurs, à cause de l'ambiguité du signe radical, mais on ne peut satisfaire aux équation (6) qu'en prenant le même radical avec le même signe dans les expressions des deux produits où entre ce radical, ce qui ne donne que deux systèmes de valeurs pour chacun des groupes $(zz', zz''z''')$, $(zz'', z'z''')$, $(zz''', z'z'')$. D'ailleurs ces valeurs peuvent être positives ou négatives.

On aura ensuite

$$z = \pm \sqrt{\frac{zz' \,.\, zz''}{z'z''}} = \pm \sqrt{\frac{zz' \,.\, zz'''}{z'z'''}} = \pm \sqrt{\frac{zz'' \,.\, zz'''}{z''z'''}},$$

et les autres inconnues z', z'', z''' s'exprimeront d'une manière analogue.

Désignons, comme plus haut, par la lettre p le rapport du nombre des jugements unanimes au nombre total des jugements, il viendra :

$$p = vv'v''v''' + (1-v)(1-v')(1-v'')(1-v''').$$

Si l'on suppose $v = v' = v'' = v'''$, cette équation deviendra plus simplement

$$p = v^4 + (1-v)^4,$$

d'où l'on tire

$$v = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{-3+2\sqrt{2(p+1)}}. \qquad (7)$$

Pour que la valeur de v soit réelle, il faut qu'on ait $p > \frac{1}{8}$.

Afin de comparer la valeur de v ainsi déterminée à la moyenne des vraies valeurs de v, v', v'', prenons pour exemple $v = 0,6$; $v' = 0,7$; $v'' = 0,7$; $v''' = 0,8$; auquel cas la moyenne arithmétique sera $0,7$, et la valeur correspondante de p, $0,2424$. Cette valeur de p étant substituée dans l'équation (7), il viendra $v = 0,695$, valeur inférieure de $0,005$ à celle de la moyenne véritable.

8. Afin d'éviter le partage égal des voix et la nécessité d'attribuer à l'un des juges une voix prépondérante, ou d'appeler d'autres juges pour vider le partage, les tribunaux proprement dits sont ordinairement composés d'un nombre impair de juges. Si l'on désigne par V_m la probabilité du bien jugé, quand le tribunal est composé de $2m+1$ juges, pour chacun desquels la chance de ne se pas tromper est la même, et égale à v, on aura, en posant pour abréger $1 - v = e$, et indiquant par $\varphi(p, q)$ le coefficient du terme $v^{p-q}e^q$ dans le dévelop-

pement de $(v+e)^p$,

$$\left.\begin{array}{l} V_m = v^{2m+1} + \varphi(2m+1,1)v^{2m}e + \varphi(2m+1,2)v^{2m-1}e^2 + \ldots \\ \quad + \varphi(2m+1,m)\,v^{m+1}e^m, \end{array}\right\} \quad (8)$$

On trouverait de même

$$\begin{array}{l} V_{m+1} = v^{2m+3} + \varphi(2m+3,1)v^{2m+2}e + \varphi(2m+3,2)v^{2m+1}e^2 + \ldots \\ \quad + \varphi(2m+3,m+1)v^{m+2}e^{m+1}. \end{array}$$

Pour comparer plus facilement les valeurs de V_m et de V_{m+1}, on multiplie la première par $(v+e)^2 = 1$, ce qui n'en change pas la valeur et ce qui donne

$$\begin{array}{l} V_m = v^{2m+3} + \left.\begin{array}{l} \varphi(2m+1) \\ +2 \\ \end{array}\right| v^{2m+2}e + \left.\begin{array}{l} \varphi(2m+1,2) \\ +2\varphi(2m+1,1) \\ +1 \end{array}\right| v^{2m+1}e^2 \ldots + \left.\begin{array}{l} \varphi(m+1,m-1) \\ +2\varphi(2m+1,m-2) \\ +\varphi(2m+1,m-3) \end{array}\right| v^{m+4}e^{m-1} \\ + \left.\begin{array}{l} \varphi(2m+1,m) \\ +2\varphi(2m+1,m-1) \\ +\varphi(2m+1,m-2) \end{array}\right| v^{m+3}e^m + \left.\begin{array}{l} \\ 2\varphi(2m+1,m) \\ +\varphi(2m+1,m-1) \end{array}\right| v^{m+2}e^{m+1} + \varphi(2m+1,m)v^{m+1}e^{m+2}. \end{array}$$

Maintenant on remarque que

$$\varphi(2m+1,\,i) + 2\varphi(2m+1,\,i-1) + \varphi(2m+1,\,i-2)$$

est le coefficient de $v^{2m+3-i}e^i$ dans le développement de

$$(v+e)^{2m+1}(v+e)^2,$$

de sorte que l'on doit avoir identiquement

$$\varphi(2m+1,\,i) + 2\varphi(2m+1,\,i-1) + \varphi(2m+1,\,i-2) = \varphi(2m+3,\,i).$$

Au moyen de cette relation, on trouve

$$\begin{array}{l} V_m = v^{2m+3} + \varphi(2m+3,\,1)v^{2m+2}e + \varphi(2m+3,\,2)\,v^{2m+1}e^2 \ldots \\ \quad + \varphi(2m+3,m+1)v^{m+2}e^m - \varphi(2m+1,\,m+1)v^{m+2}e^{m+1} \\ \quad + \varphi(2m+1,m)v^{m+1}e^{m+2}, \end{array}$$

et en comparant avec la valeur de $Vm+1$, donnée ci-dessus,

$$V_{m+1} - V_m = \varphi(2m+1,\,m+1)v^{m+2}e^{m+1} - \varphi(2m+1,\,m)v^{m+1}e^{m+2}.$$

Mais on a identiquement

$$\varphi(2m+1, m+1) = \varphi(2m+1, m);$$

donc

$$V_{m+1} - V_m = \varphi(2m+1, m) . v^{m+1} e^{m+1} (v - e); \qquad (9)$$

ou

$$V_{m+1} - V_m = \frac{(2m+1) 2m (2m-1) \ldots (m+2)}{1.2 \ldots (m+1)} v^{m+1} (1-v)^{m+1} (2v-1).$$

Ainsi l'on aura

$$V_{m+1} \left\{ \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \right. V_m, \quad \text{selon que} \quad v \left\{ \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \right. \frac{1}{2}.$$

La différence $V_{m+1} - V_m$ s'évanouira pour les trois valeurs $v = 0$, $v = \frac{1}{2}$, $v = 1$; la valeur numérique de cette différence passera par deux maximums, l'un pour une valeur de v comprise entre $\frac{1}{2}$ et 1, l'autre pour une valeur de v comprise entre un zéro et $\frac{1}{2}$.

On tire encore de l'équation (9):

$$V_m = v + (v-e)[ve + \varphi(3,1)v^2e^2 + \varphi(5,2)v^3e^3 + \ldots + \varphi(2m-1, m-1)v^m e^m].$$

Cette formule élégante a été donnée par Condorcet. D'ailleurs l'hypothèse sur laquelle elle repose est inadmissible en général, et elle donnerait pour V_m une valeur inexacte, à supposer que l'on prît pour v une moyenne arithmétique entre les valeurs de v pour chaque juge, et qu'on eût un moyen de déterminer numériquement cette moyenne.

9. Il faut pourtant remarquer que cette formule, et toutes celles où l'on suppose les chances d'erreur des votants égales entre elles, deviendraient susceptibles d'application, si le conseil ou le tribunal n'était plus composé de juges permanents, mais de juges pris au hasard sur une liste nombreuse. La lettre v désignerait dans ces formules la moyenne entre les véritables valeurs de v pour chacune des personnes comprises sur la liste. C'est-à-dire que si la liste comprenait m_1 personnes pour lesquelles v a la valeur v_1, m^2 pour lesquelles v a la valeur v_2, etc., la lettre v, dans les formules dont il s'agit, exprimerait la moyenne

$$\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots\ldots}. \qquad (o)$$

En effet l'on peut concevoir que le premier juge désigné par le sort dépose son suffrage dans une urne A, le second dans une urne B, et ainsi de suite. Les urnes A, B, C,... sont substituées ainsi aux juges A, B, C,... du tribunal permanent. Mais alors la fraction (o) exprime évidemment la probabilité de la bonté du suffrage déposé dans l'urne A, et elle exprime encore la probabilité de la bonté du suffrage déposé dans chacune des urnes B, C,...., si le nombre des personnes comprises sur la liste de tirage est assez considérable pour que le retranchement des personnes déjà désignées par le sort n'altère pas sensiblement la valeur de la moyenne v.

Pour déterminer en pareil cas la valeur de v, le procédé le plus simple serait de déterminer par l'expérience le rapport du nombre des jugements rendus à la simple majorité, au nombre total des jugements. Car, en désignant par q ce rapport, et par $2m+1$ le nombre des juges, on aura

$$\begin{aligned} q &= \varphi(2m+1,\ m+1)v^{m+1}e^{m} + \varphi(2m+1,\ m)v^{m}e^{m+1} \\ &= \varphi(2m+1,\ m)v^{m}(1-v)^{m}; \end{aligned}$$

d'où l'on tire

$$v = \tfrac{1}{2} \pm \sqrt{\tfrac{1}{4} - \sqrt[m]{\frac{q}{\varphi(2m+1,\ m)}}}.$$

En conséquence, pour que les valeurs de v soient réelles, il faut qu'on ait

$$q > \varphi(2m+1,\ m).\frac{1}{4^m}.$$

Si le tribunal était composé d'un nombre pair de votants, désigné par $2m$, on trouverait de même, en appelant q le rapport du nombre des cas de partage au nombre total des délibérées,

$$v = \tfrac{1}{2} \pm \sqrt{\tfrac{1}{4} - \sqrt[m]{\frac{q}{\varphi(2m,\ m)}}}.$$

Enfin, si l'on connaissait la probabilité V_m du bien jugé d'un tribunal formé de $2m+1$ votants, on déterminerait la valeur de v, en résolvant par rapport à v l'équation (8), du degré $2m+1$, après qu'on y aurait substitué pour e sa valeur $1-v$.

10. La probabilité du bien jugé, quand on sait que le jugement a été rendu à la majorité simple, par un tribunal formé de $2m+1$ juges, a pour valeur

$$\frac{\varphi(2m+1,\, m+1)v^{m+1}e^{m}}{\varphi(2m+1,\, m+1)v^{m+1}e^{m}+\varphi(2m+1,\, m)v^{m}e^{m+1}} = \frac{v}{v+e} = v.$$

C'est-à-dire que, dans un très grand nombre de jugements rendus à la majorité simple, le rapport du nombre des bien jugés au nombre des mal jugés sera sensiblement le même que le rapport du nombre des jugements vrais au nombre des jugements erronnés pour chaque juge en particulier.

En général, la probabilité du bien jugé, quand on sait que le jugement a été rendu à la pluralité de $m+i$ voix contre $m-i+1$, a pour valeur

$$\frac{\varphi(2m+1,\, m+i)v^{m+i}e^{m-i+1}}{\varphi(2m+1,\, m+i)v^{m+i}e^{m-i+1}+\varphi(2m+1,\, m-i+1)v^{m-i+1}e^{m+i}} = \frac{v^{2i+1}}{v^{2i+1}+e^{2i+1}}.$$

Elle est par conséquent la même que si le jugement avait été rendu à l'unanimité par un tribunal composé seulement de $2i+1$ juges, pour chacun desquels la chance du bien jugé aurait été égale à v. En d'autres termes, la probabilité du bien jugé ne dépendra pas du nombre absolu des suffrages, mais de la différence entre les suffrages affirmatifs et les suffrages négatifs.

En conséquence, imaginons deux tribunaux, l'un de $2m+1$ juges, l'autre de $2m_1+1$, m_1 étant supposé $> m$, et la probabilité du jugement individuel v étant la même pour les deux tribunaux. Quand l'un et l'autre auront jugé un très grand nombre N d'affaires, si l'on fait une catégorie à part des N' affaires jugées à la pluralité de $2i-1$ voix par le premier tribunal, et une autre des N'_1 affaires jugées à la même pluralité par le second tribunal, le nombre N'_1 sera en général plus petit que le nombre N'; mais le rapport du nombre des bien jugés au nombre des mal jugés sera sensiblement le même dans l'une et dans l'autre série.

11. Si les mêmes affaires, en grand nombre, étaient soumises successivement à la décision de plusieurs tribunaux, on pourrait cal-

culer la probabilité du bien jugé pour chaque tribunal, de même que l'on calcule, par les formules données dans les articles précédents, la probabilité du bien jugé pour les différents juges dont un tribunal se compose, quand on a tenu note de la concordance ou de la discordance des voix dans une longue série d'affaires. Il semble donc que l'institution de l'*appel* et la publicité de la statistique judiciaire dans un pays tel que la France doivent conduire à la détermination de ces quantités désignées plus haut par V, d'où l'on tirerait ensuite, comme il a été dit, la valeur moyenne de v. Mais il y a à cet égard plusieurs remarques essentielles à faire.

En premier lieu les procès, et surtout les procès civils, présentent souvent à juger des questions complexes, et se transforment dans les différentes phases de la procédure. Le point de fait ou de droit soumis aux juges d'appel peut différer notablement du point jugé en première instance; et l'appelant peut gagner sa cause, sans que le jugement d'appel soit à proprement parler une infirmation de celui de première instance. Il en est autrement à l'égard des pourvois en cassation, attendu que le demandeur ne peut faire valoir que des moyens de droit tirés de la substance même de l'arrêt attaqué; mais d'un autre côté, si la cassation d'un arrêt indique que la cour d'appel a mal jugé (ou du moins a jugé contrairement à la doctrine de la cour de cassation) dans un des points de la question complexe qui lui était soumise, le rejet du pourvoi, comme le savent toutes les personnes à qui les éléments de notre droit français ne sont point étrangers, n'indique pas que la cour d'appel ait bien jugé, ni que le fond de son arrêt soit approuvé par la cour de cassation.

Si l'on veut écarter cette première considération, dont en tout cas ni la statistique judiciaire, ni l'analyse combinatoire ne peuvent tenir compte, il faudra observer que l'appel ne saisit les juges du second ressort que de la minorité des affaires jugées en premier ressort. La méthode dont il s'agit ici ne pourra donc en aucun cas déterminer la quantité V pour les tribunaux du premier ressort que par rapport à la catégorie d'affaires dont il y a appel. A la vérité, si le pur caprice des plaideurs déterminait l'appel, la quantité V serait la même pour les procès dont on appelle et pour ceux dont on n'appelle pas. Il en serait de même, si, pour déterminer l'appel ou l'acquiescement, il n'y avait, outre le caprice des plaideurs, que le degré d'importance pécuniaire du procès; car il est naturel de croire que les procès d'une faible importance pécuniaire présentent l'un dans l'autre autant de difficultés à résoudre que ceux dont l'importance est grande, et que des magistrats consciencieux apportent le même soin à les résoudre selon les principes de l'équité et du droit. Mais on doit admettre encore que le plaideur vaincu acquiesce souvent par le sentiment qu'il a de la faiblesse de sa cause; de sorte qu'il se trouve notablement plus de procès bien jugés en premier ressort parmi ceux auxquels on acquiesce, que parmi ceux qui sont déférés aux juges du second ressort.

Le personnel des tribunaux se renouvelle avec le temps; la législation varie; la jurisprudence s'affermit sur certains points, et l'on voit surgir de nouvelles questions controversées; les quantités V et v doivent donc varier avec le temps. Pour n'embrasser qu'une période où ces quantités restent sensiblement invariables, et pour avoir néanmoins à sa disposition un nombre suffisant de décisions, il ne faut pas se restreindre à un petit nombre de tribunaux de première instance ou d'appel. Il faut, par exemple, employer les chiffres que l'administration publie annuellement, et qui se rapportent à la France entière. Cela revient à supposer qu'il n'y a en France qu'un siége de première instance et un siége d'appel, où sont appelés à siéger chaque tribunal de première instance et chaque tribunal d'appel, de manière que la chance pour un plaideur de tomber sur une cour d'appel déterminée, soit égale au nombre des appels plaidés annuellement devant cette cour, divisé par le nombre annuel des appels pour toute la France. Si le tribunal (1), dont la chance de bien juger est V_1, juge annuellement m_1 procès dont il y a appel, la quantité V qu'on déterminera pour le siége fictif de première instance, tel que nous venons de le définir, sera égale à

$$\frac{m_1 V_1 + m_2 V_2 + m_3 V_3 + \text{etc.}}{m_1 + m_2 + m_3 + \text{etc.}}.$$

Pour le siége fictif d'appel on aura de même

$$V' = \frac{m'_1 V'_1 + m'_2 V'_2 + m'_3 V'_3 + \text{etc.}}{m'\,n_1 + n' \quad + \text{etc.}},$$

les nombres V'_1, V'_2,... m'_1, m'_2,... relatifs à chaque cour d'appel, étant suffisamment définis d'après ce qui précède.

12. Sous l'empire de la loi du 16 août 1790, les tribunaux de districts étaient réciproquement juges d'appel les uns des autres; la constitution de l'an III avait maintenu le même système, en réduisant seulement le nombre des tribunaux à un par département. A la faveur d'une telle organisation judiciaire, les quantités V, V' devenaient égales entre elles, et en appelant q le rapport du nombre des arrêts infirmés au nombre des arrêts attaqués, on aurait eu

$$q = 2V - 2V^2, \quad \text{ou} \quad V = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{q}{2}}.$$

Rien ne serait donc plus facile que la détermination de la moyenne V pour cette époque, si la statistique judiciaire avait pu être dressée dans ces temps de troubles civils, qui devaient d'ailleurs apporter de notables perturbations, même dans le cours de la justice ordinaire.

Un système plus compliqué, mais jusqu'à un certain point analogue, règne encore en France, au sujet de l'appel des jugements de police correctionnelle. Dans les départements où ne siége pas de cour royale, les jugements de cette espèce rendus en premier ressort par les tribunaux d'arrondissement, sont déférés en appel au tribunal du chef-lieu du département où cinq juges doivent siéger pour vider l'appel (*).

Les jugements rendus en premier ressort par le tribunal du chef-lieu où ne siégent alors communément que trois juges, sont déférés, selon les distances, soit au tribunal d'un chef-lieu voisin, soit à la cour royale, qui reçoit d'ailleurs indistinctement les appels de tous les tribunaux de police correctionnelle compris dans le département où elle siége (**).

(*) Pour quelques départements les chefs-lieux judiciaires ne sont pas les mêmes que les chefs-lieux administratifs; mais cela ne change rien au système.

(**) D'après le tableau officiel annexé au décret du 18 août 1810, et dressé en exécution de l'article 200 du Code d'Instruction criminelle, il n'y a que huit tribunaux de chefs-lieux, sur 86, dont les appels ressortent à un tribunal chef-lieu de département voisin, au lieu de ressortir à la cour royale, selon la règle la

Appelons V la probabilité du bien jugé par les tribunaux d'arrondissement formés de trois juges, V' la même probabilité pour les tribunaux de chefs-lieux où cinq juges prononcent sur l'appel, V'' la même probabilité pour les cours royales. Appelons encore q le rapport du nombre des jugements infirmés au nombre des jugements déférés des tribunaux d'arrondissement aux tribunaux de chefs-lieux; q' le même rapport pour les jugements déférés aux cours royales. On aura d'abord

$$q = \mathrm{V} + \mathrm{V}' - 2\mathrm{V}\mathrm{V}'. \qquad (10)$$

Mais, d'après nos institutions et nos mœurs, on ne peut guère admettre que la valeur moyenne de v soit autre pour les juges appelés à siéger dans les tribunaux des chefs-lieux de départements (*), qu'elle ne l'est pour les juges des tribunaux d'arrondissement. Leur autorité en matière civile est généralement réputée la même; et l'erreur de cette hypothèse, en admettant qu'il y ait erreur, doit tomber entre les limites de celles qui résultent de l'imperfection des données, ou d'autres circonstances dont l'analyse est obligée de faire abstraction. Cela posé, on aura

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{V} &= v^3 + 3v^2(1-v) \\ \mathrm{V}' &= v^5 + 5v^4(1-v) + 10v^3(1-v)^2, \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

et par conséquent trois équations pour déterminer v, V et V'.

Si l'on admet en outre que la probabilité du bien jugé, pour les tribunaux correctionnels de trois juges est la même, relativement à la série des causes portées en appel devant les tribunaux de chefs-lieux, et relativement à la série des causes que l'appel défère aux cours royales, on aura

$$q' = \mathrm{V} + \mathrm{V}'' - 2\mathrm{V}\mathrm{V}'', \qquad (12)$$

ce qui déterminera V''.

---

plus générale. Ce sont les tribunaux de Périgueux, Perpignan, Tours, Chartres, Auxerre, Saintes, Bourbon-Vendée et Quimper.

(*) On doit remarquer qu'il ne s'agit point des chefs-lieux de départements, qui sont en même temps des résidences de cours royales.

Cette seconde hypothèse admise, il serait facile de s'affranchir de la première, à l'aide de documents que la statistique judiciaire pourrait et devrait fournir. Il suffirait de distinguer, parmi les jugements de police correctionnelle déférés aux cours royales, ceux qui ont été rendus par les tribunaux d'arrondissement, d'avec ceux qui émanent de tribunaux de chefs-lieux. Appelons q'' et q''' les valeurs de q' relatives à l'une et à l'autre de ces séries; il viendra d'abord :

$$q'' = V + V'' - 2VV''. \qquad (13)$$

Désignons par v' la chance moyenne du bien jugé pour le juge du tribunal de chef-lieu; par V et V', la probabilité du bien jugé de ce tribunal, selon qu'il juge en appel ou en premier ressort, le nombre des juges étant de cinq dans le premier cas et de trois dans le second, on aura

$$\left.\begin{aligned} V' &= v'^5 + 5v'^4(1 - v') + 10v'^3(1 - v')^2, \\ V'_1 &= v'^3 + 3v'^2(1 - v'), \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

et ensuite

$$q''' = V'_1 + V'' - 2V'_1V''. \qquad (15)$$

Les équations (10), (13), (14) et (15) seront suffisantes pour déterminer V, V', V'_1, V'' et v'.

Mais nous verrons, par un examen attentif des documents statistiques, qu'en fait la seconde hypothèse n'est pas rigoureusement admissible, tandis que rien ne milite contre la vraisemblance de la première.

13. Les *Comptes rendus* de l'administration de la justice criminelle en France nous apprennent que dans les *dix années* écoulées de 1826 à 1835 inclusivement, il a été statué en appel de police correctionnelle sur le sort de 78208 prévenus. On a, pour chaque année de cette période décennale, un tableau présentant les résultats des appels portés devant chaque cour royale et devant chaque tribunal de chef-lieu, de sorte qu'il est facile d'en déduire les valeurs des rapports q, q'. Mais les tableaux ne distinguent point, parmi les appels portés devant les cours royales, ceux qui correspondent à des jugements rendus en premier ressort par des tribunaux d'arrondissement, d'avec ceux qui correspondent à des jugements rendus, aussi en premier ressort, par

des tribunaux de chefs-lieux. C'est une lacune facile à combler, et que l'on doit désirer de voir combler pour l'avenir.

Nous avons extrait des tableaux donnés par les *comptes rendus*, le tableau suivant, où se trouvent tous les éléments de la solution numérique des questions que nous nous proposons de traiter dans ce Mémoire.

TABLEAU (*A*).

Appels des tribunaux de police correctionnelle.

	Années.	Nombre des prévenus à l'égard desquels ont été rendus des arrêts ou jugements					
		qui confirment des jugements		qui émendent ou modifient en			
		d'aquittem.	de condamnat.	condamnant des individus acquittés.	acquittant des condamnés.	aggravant la peine.	diminuant la peine.
Appels portés devant les tribunaux de chefs-lieux de départements	1826	558	984	408	311	293	383
	1827	760	1069	533	382	272	408
	1828	683	1051	478	395	311	379
	1829	798	1150	798	332	366	433
	1830	885	998	281	333	257	351
	1831	378	987	358	270	141	450
	1832	657	1228	408	311	215	506
	1833	488	1176	442	298	178	436
	1834	537	1177	445	299	226	366
	1835	591	1327	542	299	214	425
	Totaux..	6335	11147	4693	3230	2473	4137
Appels portés devant les cours royales.	1826	694	1679	419	456	333	620
	1827	782	1585	492	475	275	639
	1828	819	1816	438	529	302	713
	1829	754	1802	502	484	329	757
	1830	570	1603	433	425	185	659
	1831	575	1747	254	496	190	831
	1832	759	1917	508	578	301	878
	1833	714	2095	516	425	332	907
	1834	556	2240	569	459	281	874
	1835	718	2552	701	489	361	801
	Totaux..	6941	19036	4832	4816	2889	7679

Il est bon de faire dès à présent les remarques suivantes :

1°. Le nombre des prévenus qui subissent les deux degrés de juridiction, est très petit en comparaison du nombre total des prévenus traduits en police correctionnelle. Dans notre période décennale, le nombre total des prévenus a été 1906169, ce qui ne donne qu'environ 4 prévenus sur 100, appelés à subir les deux degrés de juridiction. Ce fait tient à la fois au peu de gravité de la plupart des délits et des peines, et au peu de chances que la plupart des prévenus ont d'être acquittés, soit en premier ressort, soit en appel. En effet la plupart des prévenus sont poursuivis pour des délits forestiers, ou autres analogues, à la suite de procès-verbaux dressés par des agents dont le témoignage écrit fait foi jusqu'à inscription de faux, et la voie de l'inscription de faux, n'est suivie que dans des cas fort rares. Aussi le nombre des prévenus acquittés en premier ressort, pendant la période décennale, n'a-t-il été que de 273361, environ 0,143 du nombre total des prévenus.

2°. Les 27 cours royales ont statué en appel sur le sort de 46195 prévenus, tandis que 59 tribunaux de chefs-lieux n'en ont eu à juger que 32015 : aussi les cours royales ont-elles une chambre spécialement affectée à cette branche du service; et l'on peut supposer que des magistrats, constamment occupés d'affaires du même genre, dans le cours d'une année judiciaire, prennent l'habitude d'une plus grande célérité de décision.

3°. Le rapport entre le nombre des prévenus jugés en premier ressort et celui des prévenus appelants ou intimés, varie selon que l'appel doit être porté devant une cour royale ou devant un tribunal de chef-lieu. Cela résulte d'un dépouillement que la longueur du travail nous a empêché de faire pour toutes les années de la période, mais qu'il suffit d'avoir fait pour les deux années 1834 et 1835, et dont les *Comptes rendus* donnent tous les éléments. Le rapport dont il s'agit a eu pour valeur :

	en 1834	en 1835
A l'égard des tribunaux qui ressortent en appel aux cours royales........................	0,0538,	0,0578;
A l'égard des tribunaux qui ressortent en appel aux tribunaux de chefs-lieux................	0,0456,	0,0492.

Ainsi il y a des causes, en vertu desquelles on appelle plus facilement des jugements de police correctionnelle, lorsque l'appel doit être porté devant les cours royales; et l'une de ces causes est manifeste, car on conçoit bien que pour les affaires jugées en première instance dans le lieu même où siége la cour, on doit user plus volontiers de la faculté d'appel. L'imperfection des *comptes rendus* dans cette partie nous empêche de reconnaître si d'autres causes se joignent à celle que l'on vient de signaler.

Quand la faculté d'appel est plus facilement ou plus légèrement exercée, il doit y avoir, proportion gardée, moins de jugements infirmés; il doit y avoir aussi un plus grand nombre de prévenus condamnables qui usent de la faculté d'appel, et qui sont effectivement condamnés, dans les deux degrés de juridiction. Nous verrons que le calcul confirme tous ces aperçus, et par suite ne nous permet pas d'admettre d'une manière absolue la seconde hypothèse posée dans l'article précédent.

4°. Les cours royales ont un penchant marqué à l'indulgence, en comparaison des tribunaux de chefs-lieux. Ainsi, sur 10000 prévenus qui subissent les deux degrés de juridiction, on en compte :

Pour les tribunaux de chefs-lieux.	1466	1009	772	1292
Pour les cours royales..........	1046	1043	625	1662
	acquittés en premier ressort et condamnés en appel.	condamnés en premier ressort et acquittés en appel.	dont la peine est aggravée en appel.	dont la peine est atténuée en appel.

Ce fait remarquable, sous le point de vue purement statistique, a échappé comme les précédents aux rédacteurs des rapports qui précèdent les *comptes rendus*, parce qu'on n'y a pas disposé les tableaux des appels de police correctionnelle, de manière à distinguer ce qui se rapporte aux cours royales d'avec ce qui se rapporte aux tribunaux de chefs-lieux. Il concorde avec la remarque faite depuis long-temps, et confirmée par les *comptes rendus*, que l'énergie de la répression pénale diminue d'autant plus qu'il s'est écoulé plus de temps entre le délit et le jugement. Les cours royales, chargées de vider un beaucoup plus grand nombre d'appels, doivent les vider plus tardivement, et dans le cas de détention du prévenu, après qu'il a subi un plus long emprisonnement préventif.

Le penchant plus grand à l'indulgence, de la part des cours royales, ressort d'autant plus qu'il y a, comme la statistique l'indique et comme le calcul des chances le confirme, une plus grande proportion de prévenus condamnables parmi ceux sur lesquels les cours royales statuent en appel, que parmi ceux qui sont jugés en appel par les tribunaux de chefs-lieux. Il faudra avoir égard à cette double circonstance dans l'interprétation des résultats du calcul.

14. En matière de police correctionnelle, les juges cumulent les fonctions attribuées séparément aux jurés et aux magistrats des cours d'assises, en matière de grand criminel. Ils prononcent sur la culpabilité du prévenu et sur l'application de la peine. Ainsi pour chaque prévenu, appelant ou intimé, il y a deux jugements distincts, susceptibles d'être confirmés ou infirmés séparément par le tribunal d'appel.

Nous ferons d'abord abstraction du jugement qui intervient sur la fixation de la peine, pour ne considérer que celui qui intervient sur la déclaration de culpabilité.

Pour les appels ressortant aux tribunaux de chefs-lieux, le nombre des prévenus qui ont subi les deux degrés de juridiction pendant la période décennale est 32015; le nombre des prévenus pour lesquels le premier jugement a été infirmé, en ce qui concerne la déclaration de culpabilité, est, d'après le tableau (A), $4693 + 3230 = 7923$. On a donc

$$q = \frac{7923}{32015} = 0,2475.$$

Par suite, on tire des équations (10) et (11),

$$v = 0,742, \quad V = 0,834, \quad V' = 0,887.$$

D'après ces valeurs, on aurait 0,975 pour la probabilité de la bonté du jugement rendu en dernier ressort par le tribunal d'appel, quand il s'agit d'un jugement confirmatif, et seulement 0,610 quand il s'agit d'un jugement infirmatif.

A l'égard des appels qui ressortent aux cours royales, le nombre total des prévenus est 46193; le nombre de ceux pour lesquels le premier jugement a été infirmé en ce qui concerne la déclaration de culpabilité, est $4832 + 4816 = 9648$. On a donc

$$q' = \frac{9648}{46193} = 0,2089;$$

d'où, en vertu de l'équation (12) et de la valeur précédente de V,

$$V'' = 0,935.$$

On en tire, pour la probabilité de la bonté du jugement confirmatif, 0,987, et pour celle de la bonté du jugement infirmatif, 0,744.

La loi n'exige que la présence de cinq juges pour vider les appels de police correctionnelle, devant les cours royales comme devant les tribunaux de chefs-lieux. A la vérité, les chambres des appels de police correctionnelle étant aussi chargées subsidiairement de statuer en appel sur certaines affaires civiles, pour lesquelles la loi exige le concours de sept juges au moins, il arrive assez fréquemment que plus de cinq juges prennent part au jugement des appels de police correctionnelle. Mais dans le plus grand nombre des cas, les arrêts sont rendus au *minimum* légal de cinq juges; et pour rendre les résultats comparables, nous adoptons partout l'hypothèse que le nombre des juges qui concourent à un arrêt ou jugement, est celui du *minimum* légal.

D'après cela, si l'on désigne par v'' la probabilité du bien jugé pour un juge de cour royale, on aura

$$V'' = v''^5 + 5v''^4(1 - v'') + 10v''^3(1 - v'')^2.$$

On tirera de cette équation, après y avoir substitué la valeur trouvée précédemment pour V'',

$$v'' = 0,792.$$

15. On conclut du tableau (A) que, dans la période décennale, 17757 prévenus ont été déclarés coupables, tant en premier ressort qu'en appel devant les tribunaux de chefs-lieux. Dans ce nombre figurent $2473 + 4137 = 6610$ prévenus pour lesquels il y a eu désaccord entre les tribunaux d'instance et d'appel sur l'arbitrage de la peine : en conséquence on a, en ce qui concerne cette autre

espèce de jugement,

$$q = \frac{6610}{17757} = 0,3722\,;$$

d'où

$$\nu = 0,658, \quad V = 0,730\,, \quad V' = 0,778.$$

Le nombre des prévenus déclarés coupables tant en premier ressort qu'en appel devant les cours royales, est de 29604; et dans ce nombre figurent $2889 + 7679 = 10568$ prévenus pour lesquels le tribunal et la cour sont tombés en désaccord sur l'arbitrage de la peine. Par conséquent,

$$q' = \frac{10568}{29604} = 0,3570,$$

d'où

$$V'' = 0,811.$$

Ces valeurs de V' et de V'' donnent encore une supériorité au jugement de la cour royale sur celui du tribunal de chef-lieu, en ce qui concerne l'appréciation de la peine; mais cette supériorité est moindre que pour le jugement sur la déclaration de culpabilité. La valeur de V'' substituée dans l'équation (16) donne

$$\nu'' = 0,680.$$

Au surplus, les valeurs numériques trouvées dans le précédent article et dans celui-ci, ne doivent être acceptées que provisoirement et pour servir de termes de comparaison à d'autres résultats que nous trouverons dans la suite de ce mémoire, en appliquant à la même question d'autres méthodes d'analyse, mieux appropriées à sa nature spéciale.

16. En matière civile, si nous désignons par V la valeur moyenne de la chance du bien jugé, pour les tribunaux de première instance du royaume et pour les causes qui vont en appel; par V' la valeur moyenne de la chance du bien jugé pour les cours royales; par q le rapport du nombre des jugements infirmés au nombre total des causes d'appel, nous aurons, comme dans l'art. 11,

$$q = V + V' - 2VV'\,; \qquad (10)$$

mais cette équation ne suffit pas pour déterminer séparément V, V';

et la même indétermination aurait lieu, s'il s'agissait des appels des sentences de juges-de-paix, appels portés devant les tribunaux d'arrondissement.

L'indétermination ne pouvant être levée qu'à la faveur d'une hypothèse, M. Poisson en fait une analogue à celle qui a été adoptée ci-dessus, mais dans des circonstances différentes à l'égard des appels de police correctionnelle, portés devant les tribunaux de chefs-lieux. Il suppose que la chance moyenne v est la même pour les juges de première instance et pour les juges de cours royales; il admet en outre que les jugements de première instance sont rendus tous par trois juges, et tous ceux d'appel par sept juges : les nombres 3 et 7 étant effectivement les *minima* fixés par la loi et que l'on dépasse rarement. Cette double supposition donne

$$\left.\begin{aligned} V &= v^3 + 3v^2(1-v), \\ V' &= v^7 + 7v^6(1-v) + 21v^5(1-v)^2 + 35v^4(1-v)^3. \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Au moyen des *comptes rendus* de l'administration de la justice civile en France, depuis le commencement de l'année judiciaire 1830 — 31, jusqu'à la fin de l'année civile 1834, nous avons formé le tableau suivant, où nous avons distingué, avec plus de netteté que ne le font les *Comptes rendus*, les appels de jugements émanés des tribunaux de commerce, d'avec les appels de jugements rendus en premier ressort par les tribunaux civils, composés de magistrats permanents.

TABLEAU (*B*).

Années.	TRIBUNAUX CIVILS.			TRIBUNAUX DE COMMERCE.		
	Nombre des appels.	Jugements infirmés en tout ou en partie.	Rapports q.	Nombre des appels.	Jugements infirmés en tout ou en partie.	Rapports q.
Année judiciaire 1830—31.	7578	2476	0,3268	1079	339	0,3142
Trois derniers mois de 1831.	1364	388	0,2845	224	51	0,2866
1832.	7766	2465	0,3174	1000	311	0,3110
1833.	8087	2617	0,3236	860	341	0,3965
1834.	7365	2227	0,3024	872	279	0,3199
TOTAUX.........	32160	10173	0,3163	4035	1321	0,3274

Ce tableau constate d'abord un fait bien remarquable : l'égalité du rapport q pour les tribunaux civils et pour les tribunaux de commerce; car la faible différence d'un centième tombe entre les limites des anomalies du hasard, eu égard surtout à l'ordre de grandeur des nombres qui servent à déterminer le rapport q, en ce qui concerne les tribunaux de commerce. Il faut donc que les avantages résultant pour les juges civils de la permanence de leurs fonctions, de leurs études professionnelles, soient compensés presque exactement par la justesse d'appréciation que la pratique des affaires commerciales donne aux notables commerçants investis temporairement de la mission de vider les démêlés que ce genre d'affaires suscite.

Dans les arrondissements judiciaires qui n'ont pas de tribunaux spéciaux de commerce, le tribunal civil en remplit les fonctions et juge *commercialement* les affaires commerciales. Il serait intéressant de distinguer à l'avenir dans les *Comptes rendus* les appels des jugements des tribunaux civils jugeant en matière civile, d'avec les appels des jugements des mêmes tribunaux jugeant en matière commerciale. On verrait par là si le rapport q est le même, en matière commerciale, pour les tribunaux de commerce et pour les tribunaux civils, ou si, dans cet ordre spécial d'affaires, il y a une différence, à l'avantage, soit des tribunaux civils, soit des tribunaux de commerce.

En 1834, sur 29594 jugements contradictoires et définitifs rendus en matière commerciale, il y en a eu 25642 rendus par les tribunaux de commerce, et seulement 3952 rendus par les tribunaux civils, jugeant commercialement, c'est-à-dire moins d'un septième du nombre total. D'un autre côté le nombre des jugements contradictoires et définitifs rendus en matière civile par les tribunaux de première instance, a été de 61237, nombre qui surpasse quinze fois celui des jugements contradictoires et définitifs, rendus par les mêmes tribunaux en matière commerciale. D'après ces indications, il y a tout lieu de croire que dans les causes portées par la voie de l'appel des tribunaux civils de première instance aux cours royales, la proportion des affaires jugées commercialement est trop faible pour influer d'une manière notable sur la valeur du rapport q, en ce qui concerne les tribunaux civils.

17. En substituant pour q dans l'équation (10) la valeur 0,3165, on déduit des équations (10) et (17),

$$v = 0{,}696, \quad V = 0{,}779, \quad V' = 0{,}869.$$

Au moyen de ces valeurs, la probabilité moyenne de la bonté d'un arrêt de cour royale serait 0,959 pour un arrêt confirmatif, et seulement 0,652 pour un arrêt infirmatif.

Mais l'hypothèse à laquelle les valeurs ainsi déterminées se rattachent, est évidemment trop défavorable aux cours royales, en ce qu'elle réduit leur supériorité sur les tribunaux de première instance à ne dépendre que de la supériorité du nombre des juges, tandis que la constitution hiérarchique des corps judiciaires doit concentrer dans les tribunaux supérieurs plus d'expérience et de lumières. L'influence de cette supériorité de lumières doit se manifester d'une manière bien plus sensible dans la solution des questions scientifiques de droit civil, que dans des causes de police correctionnelle que l'on aurait très bien pu déférer aux jurés, c'est-à-dire à des juges temporaires, sans études professionnelles, si l'on n'avait craint leur extrême indulgence plus que leur défaut de lumières.

D'autres documents statistiques viennent confirmer pleinement cet aperçu, et déterminer des limites assez étroites, entre lesquelles sont renfermées les valeurs de v, V, V'.

En effet, on lit à la page XXIX du rapport placé en tête du *Compte rendu de l'administration de la justice civile* pour 1834, que le rapport du nombre des arrêts de cassation au nombre des pourvois, est 0,19 pour les pourvois en cassation formés contre des arrêts de cours royales, jugeant en matière civile, et 0,39 pour les pourvois en cassation formés contre des jugements des tribunaux de première instance, non susceptibles d'appel. Dans quelques années ces rapports seront connus avec une plus grande précision : provisoirement nous appliquerons le calcul aux valeurs qui viennent d'être données.

Continuons de désigner par V et V', les valeurs moyennes de la chance du bien jugé pour les tribunaux de première instance et pour les cours royales; désignons par V'' la chance analogue pour la cour de cassation; par q' le rapport du nombre des arrêts de cassation au nombre des pourvois, à l'égard des tribunaux de première instance; par q'' le même rapport à l'égard des cours royales : on aura

$$q' = V + V'' - 2VV'', \qquad (18)$$
$$q'' = V' + V'' - 2V'V'', \qquad (19)$$

et en éliminant V'',

$$V(1 - 2q'') - V'(1 - 2q') = q' - q''. \qquad (20)$$

Il suffirait de combiner l'équation (10) avec celle-ci, pour déterminer séparément V et V', indépendamment de l'hypothèse admise par M. Poisson, si l'on pouvait admettre d'autre part que les valeurs de V, V' sont les mêmes pour la série des affaires qui vont en appel devant les cours royales, et pour celle des affaires dont la cour suprême est saisie par suite de pourvois en cassation.

Or, il suffit d'être un peu familiarisé avec les principes de notre organisation judiciaire pour présumer *à priori* que cette dernière hypothèse n'est pas admissible, et que les questions délicates, à l'occasion desquelles sont formés le plus souvent les pourvois en cassation, doivent exposer les tribunaux de première instance et les cours royales à plus de chances d'erreur qu'il n'y en a moyennement pour les affaires qui subissent seulement l'épreuve de l'appel.

On peut d'ailleurs démontrer par le calcul l'inadmissibilité de l'hypothèse dont il s'agit, au moyen des valeurs numériques que la statistique judiciaire assigne aux rapports q, q', q'', puisqu'il en résulterait pour V', en vertu des équations (10) et (20), une valeur plus grande que l'unité.

Observons que si l'on fait successivement dans l'équation (18), $V'' = 1$, $V'' = V$, on en tirera deux valeurs de V, l'une certainement plus petite, l'autre certainement plus grande que la vraie valeur; car d'une part, la cour de cassation est elle-même sujette à l'erreur, et il lui arrive quelquefois de réformer sa propre jurisprudence; d'autre part il serait absurde de supposer $V'' < V$, ou la chance moyenne du bien jugé, pour la cour de cassation, plus petite que la chance moyenne du bien jugé, dans la même série d'affaires, pour les tribunaux de première instance. On déduit de là, au moyen de la valeur $q' = 0{,}39$,

$$V > 0{,}610, \quad V < 0{,}734. \qquad (21)$$

Le même raisonnement, appliqué à l'équation (19), donnera

$$V' > 0,810, \quad V' < 0,894. \qquad (22)$$

Mais, puisque dans l'hypothèse $V' = V''$, on a $V' = 0,894$, et que, quand V' diminue, V'' augmente, le produit

$$\left(V' - \tfrac{1}{2}\right)\left(V'' - \tfrac{1}{2}\right)$$

étant constant, en vertu de la même équation, l'inégalité $V' < 0,894$ entraînera

$$V'' > 0,894.$$

On aura donc une limite supérieure de V en faisant dans l'équation (18) $V'' = 0,894$; car il n'y a aucune raison de supposer que V'' puisse tomber, à l'égard de la série des pourvois contre des jugements de tribunaux de première instance, au-dessous de la limite que le même rapport ne franchit pas, à l'égard de la série des pourvois formés contre des arrêts de cours royales. Par suite, les inégalités (21) pourront être remplacées par les suivantes

$$V > 0,610, \quad V < 0,640,$$

auxquelles correspondent

$$v > 0,574, \quad v < 0,595.$$

Comme on le voit, cette analyse resserre les valeurs inconnues de V et surtout celle de v, relativement à la série des affaires qui entraînent pourvoi, entre des limites fort rapprochées; et il y a lieu de croire que les valeurs inconnues sont plus voisines des limites inférieures que des limites supérieures.

Aux inégalités (22) correspondront

$$v' > 0,649, \quad v' < 0,701,$$

v' désignant, pour les juges de cours royales, l'analogue de v pour les juges de tribunaux de première instance; et il y a, à plus forte raison, lieu de croire que les vraies valeurs tombent plus près des limites inférieures que des limites supérieures.

D'après les valeurs des limites, on a nécessairement $v' > v$, pour la série des affaires qui entraînent pourvoi.

En prenant pour V, V' leurs limites inférieures, qui n'en peuvent pas différer beaucoup (savoir, pour V, 0,610 et pour V', 0,810), on aura sensiblement $V' = \frac{4}{3}V$. Relativement à la série des affaires qui entraînent appel, et auxquelles se rapporte la valeur de q, le rapport de V' à V doit être moindre, parce qu'elles ne présentent pas en général d'aussi graves difficultés à résoudre, et que, plus les difficultés sont grandes, plus la supériorité de lumières des juges d'appel doit être sensible. Si donc nous faisons dans l'équation (10), $V' = \frac{4}{3}V$, ce qui donne

$$V = 0{,}707, \quad V' = 0{,}943,$$

et par suite

$$v = 0{,}642, \quad v' = 0{,}754,$$

nous aurons une limite inférieure de V, et une limite supérieure de V', relativement à la série des appels; tandis que nous avons obtenu, par une autre hypothèse extrême $v = v'$, une limite inférieure de V' et une limite supérieure de V.

Ainsi, relativement à la série des affaires qui entraînent appel, nous pourrons poser

$$V \begin{cases} > 0{,}707 \\ < 0{,}779 \end{cases}, \quad V' \begin{cases} > 0{,}869 \\ < 0{,}943 \end{cases},$$
$$v \begin{cases} > 0{,}642 \\ < 0{,}696 \end{cases}, \quad v' \begin{cases} > 0{,}696 \\ < 0{,}754 \end{cases}.$$

Les valeurs de V et de V', correspondantes à l'hypothèse extrême $V' = \frac{4}{3}V$, donnent pour la probabilité de la bonté de l'arrêt confirmatif, 0,976, et pour celle de la bonté de l'arrêt infirmatif, 0,873.

De pareils nombres sont beaucoup plus favorables que ceux qui correspondent à l'autre hypothèse extrême $v = v'$.

Il faut d'ailleurs se garder de confondre, ainsi qu'on l'a déjà fait observer dans l'art. 10, les valeurs de V et de v, pour les causes qui vont en appel ou en cassation, avec celles qui se rapporteraient à la généralité des causes jugées en première instance.

18. Quand la cour de cassation casse un arrêt de cour royale, elle renvoie les parties devant une autre cour royale qui juge identiquement le même point de droit. La probabilité du bien jugé de la cour de cassation a pour valeur

$$\frac{(1 - V')V''}{(1 - V')V'' + V'(1 - V'')} = \frac{1}{q''}(1 - V')V'',$$

et la probabilité que, la cour de cassation ayant bien jugé, la cour royale saisie du renvoi jugera bien aussi, est exprimée par

$$\frac{1}{q''}(1 - V')V''V';$$

de même

$$\frac{1}{q''}V'(1 - V'')(1 - V')$$

exprimera la probabilité que, la cour de cassation ayant mal à propos cassé, la cour royale saisie du renvoi adoptera néanmoins sa jurisprudence. Donc, si l'on désigne par r' le rapport entre le nombre des causes où la seconde cour royale aura jugé contrairement à la première, et le nombre total des causes renvoyées, on aura

$$r' = \frac{1}{q''}[(1 - V')V''V' + V'(1 - V'')(1 - V')] = \frac{V'(1 - V')}{q''}. \quad (23)$$

Si le rapport r' pouvait être donné avec une précision suffisante, on tirerait la valeur de V' de cette équation, et ensuite celle de V'' de l'équation (19). Réciproquement, si l'on substitue au lieu de V', dans l'équation (23), les limites supérieure et inférieure de V' trouvées ci-dessus, et au lieu de q'' la valeur 0,19, on aura

pour $V' = 0,810$, $r' = 0,810$,
pour $V' = 0,894$, $r' = 0,499$.

Cette seconde valeur de r' n'est pas admissible; car, bien que le rapport r' ne soit pas encore connu avec une suffisante précision, on sait que le plus souvent la seconde cour royale juge dans le sens de la cour de cassation. Mais au reste, pour que l'équation (23) fût rigoureusement applicable, il faudrait que la seconde cour royale jugeât absolument comme elle le ferait, si elle ignorait l'arrêt de la cour de cassation. Or, il est au contraire vraisemblable que l'autorité qui s'attache à la jurisprudence de la cour de cassation contribue beaucoup à augmenter le nombre des cas où la cour saisie du renvoi juge dans le sens de l'arrêt de cassation, et contrairement à l'arrêt cassé.

Si r désigne, pour les tribunaux de première instance, l'analogue du rapport r' pour les cours royales, on aura pareillement

$$r = \frac{V'(1 - V)}{q'},$$

d'où l'on tirera

$$\begin{aligned} &\text{pour} \quad V = 0{,}610, \quad r = 0{,}610, \\ &\text{pour} \quad V = 0{,}640, \quad r = 0{,}591. \end{aligned}$$

Mais ces deux valeurs de r sont certainement trop faibles, à cause de l'autorité attachée à la jurisprudence connue de la cour de cassation, autorité qui doit agir sur les tribunaux inférieurs avec au moins autant d'efficacité que sur les cours royales.

19. Jusqu'à présent nous avons raisonné dans l'hypothèse que les causes d'erreur sont indépendantes pour chaque juge, en sorte que les cas où le juge A rencontre la vérité ou l'erreur se combinent indifféremment avec ceux où les juges B, C,... rencontrent eux-mêmes l'erreur ou la vérité, de la même manière que chaque face d'un dé se combine indifféremment avec toutes les faces d'un autre dé. Or, cela est vrai seulement des causes d'erreur que l'on peut appeler *subjectives*, de celles qui proviennent des circonstances accidentelles sous l'empire desquelles chaque juge en particulier se trouve placé, de son état de santé physique et morale, du degré auquel son attention est excitée, de ses habitudes d'esprit, de ses préjugés individuels, etc. Mais il y a d'autres causes d'erreur que l'on désignerait

convenablement par la qualification *d'objectives*, et qui sont de nature à influer en même temps sur le jugement de tous ceux qui prendront connaissance de l'affaire. Par suite de l'influence de ces causes objectives, il arrivera nécessairement que l'événement consistant dans l'erreur du juge A se combinera plus facilement ou plus fréquemment avec l'événement consistant dans l'erreur du juge B qu'avec l'événement contraire, et de même pour chacun des juges C, D, etc.

Revenons à notre exemple primitif, et supposons deux observateurs doués au même degré de perspicacité et d'expérience, dont on enregistre simultanément les pronostics météorologiques : v désigne pour chacun d'eux le rapport du nombre des pronostics vérifiés au nombre total des pronostics ; p désigne le rapport entre le nombre total des observations où les deux observateurs se sont trouvés d'accord, et le nombre total des observations. En vertu de l'équation (1) on doit avoir

$$p = 1 - 2v + 2v^2, \quad \text{ou} \quad v = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{2p-1}; \qquad (24)$$

et comme le registre des pronostics, combiné avec le registre des observations subséquentes, détermine les nombres v et p, on devra trouver entre v et p la relation exprimée par l'équation qui précède, s'il est vrai que les causes d'erreur soient indépendantes pour les deux observateurs.

Maintenant, supposons que l'on répartisse la série des pronostics en deux catégories, l'une comprenant par exemple ceux qui tombent entre l'équinoxe du printemps et l'équinoxe d'automne, et l'autre, ceux qui ont eu lieu de l'équinoxe d'automne à l'équinoxe du printemps. Désignons par p_1, v_1, p_2, v_2 les valeurs de p et de v pour la première et pour la seconde série ; désignons aussi par μ_1, μ_2, les rapports des nombres de pronostics contenus dans la première et dans la seconde série, au nombre total des pronostics, de manière que $\mu_1 + \mu_2 = 1$. On devrait avoir, en vertu de l'équation (1),

$$p_1 = 1 - 2v_1 + 2v_1^2, \quad p_2 = 1 - 2v_2 + 2v_2^2,$$

ou

$$v_1 = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{2p_1 - 1}, \quad v_2 = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{2p_2 - 1};$$

et c'est en effet ce que les registres d'observations donneront, si dans chaque série les causes d'erreur sont indépendantes pour chacun des observateurs. On aura par conséquent

$$\mu_1 \nu_1 + \mu_2 \nu_2 = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\left(\mu_1 \sqrt{2p_1 - 1} + \mu_2 \sqrt{2p_2 - 1}\right).$$

D'un autre côté, si l'on substitue dans l'équation (24) pour p sa valeur, il viendra

$$\nu = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{2(\mu_1 p_1 + \mu_2 p_2) - 1}.$$

Or, il est facile de s'assurer que, selon que l'on prendra les radicaux avec le signe positif ou avec le signe négatif, c'est-à-dire selon que l'on supposera pour chaque observateur la chance de réalisation du pronostic plus grande ou plus petite que $\frac{1}{2}$, la valeur précédente de ν, conclue de la série générale, sans distinction de catégories, sera plus grande ou plus petite que la valeur de ν, telle qu'on l'obtient en tenant compte de la distribution des observations par catégories, valeur qui est évidemment égale à $\mu_1 \nu_1 + \mu_2 \nu_2$.

Ceci revient à établir l'inégalité

$$\frac{1}{2} \sqrt{2(\mu_1 p_1 + \mu_2 p_2) - 1} > \mu_1 \frac{1}{2} \sqrt{2p_1 - 1} + \mu_2 \frac{1}{2} \sqrt{2p_2 - 1},$$

ou plus simplement en posant

$$\frac{1}{2}\sqrt{2p_1 - 1} = z_1, \quad \frac{1}{2}\sqrt{2p_2 - 1} = z_2,$$

$$\sqrt{\mu_1 z_1^2 + \mu_2 z_2^2} > \mu_1 z_1 + \mu_2 z_2,$$

inégalité qui conduit à

$$\mu_1 \mu_2 (z_1 - z_2)^2 > 0,$$

quand on développe en ayant égard à la relation $\mu_1 + \mu_2 = 1$.

Pour plus de généralité, concevons que l'on ait classé la totalité des observations en n catégories, chacune assez nombreuse pour que la loi des grands nombres puisse s'y appliquer; désignons par p_1, p_2, $p_3, \ldots p_n$, ν_1, ν_2, $\nu_3, \ldots \nu_n$, les valeurs des rapports p et ν pour chaque catégorie; désignons aussi par μ_i le rapport du nombre des observations comprises dans la catégorie (i) au nombre des observations comprises dans la série totale, de manière qu'on ait

$$\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \ldots + \mu_n = 1.$$

La véritable valeur du rapport ν sera exprimée par

$$\mu_1\nu_1 + \mu_2\nu_2 + \mu_3\nu_3 + \ldots + \mu_n\nu_n;$$

et en supposant maintenant que dans chaque catégorie, les causes d'erreurs agissent indépendamment sur chaque observateur, on aura rigoureusement

$$\nu = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\mu_1 \sqrt{2p_1 - 1} + \mu_2 \sqrt{2p_2 - 1} + \ldots + \mu_n \sqrt{2p_n - 1}\right), \quad (25)$$

l'influence des causes d'erreur que nous avons nommées objectives, et qui inclinent à l'erreur les deux observateurs à la fois, se trouvant ainsi éliminée.

Afin de simplifier le raisonnement, nous admettons que tous les nombres ν_1, $\nu_2, \ldots \nu_n$ surpassent $\frac{1}{2}$, et qu'ainsi tous les radicaux doivent être pris positivement: l'hypothèse contraire sera plus loin l'objet d'un examen spécial.

Or, si l'on n'avait pas pu faire, ou si l'on n'avait pas fait la classification par catégories, et si l'on avait admis l'indépendance des causes d'erreurs relativement à la série générale, on aurait tiré de l'équation (24)

$$\nu = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2p - 1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2(\mu_1 p_1 + \mu_2 p_2 + \mu_3 p_3 + \ldots + \mu_n p_n) - 1},$$

et il est facile de prouver que cette valeur inexacte de ν surpasse toujours la vraie valeur.

Cela revient à démontrer l'inégalité

$$\sqrt{\mu_1 z_1^2 + \mu_2 z_2^2 + \mu_3 z_3^2 + \ldots + \mu_n z_n^2} > \mu_1 z_1 + \mu_2 z_2 + \mu_3 z_3 + \ldots + \mu_n z_n,$$

qui devient successivement,

$$\mu_1(1-\mu_1)z_1^2 + \mu_2(1-\mu_2)z_2^2 + \ldots + \mu_n(1-\mu_n)z_n^2 > 2\mu_1\mu_2 z_1 z_2 + 2\mu_1\mu_3 z_1 z_3 + \text{etc.},$$
$$\mu_1(\mu_2+\mu_3+\ldots+\mu_n)z_1^2 + \mu_2(\mu_1+\mu_3+\ldots+\mu_n)z_2^2 (\ldots + \mu_n(\mu_1+\mu_2\ldots+\mu_{n-1})z_n^2 > 2\mu_1\mu_2 z_1 z_2 + 2\mu_1\mu_3 z_1 z_3 + \text{etc.},$$

et enfin

$$\mu_1\mu_2(z_1 - z_2)^2 + \mu_1\mu_3(z_1 - z_3)^2 + \text{etc.} > 0.$$

20. Dans un cas où l'on pourrait déterminer directement par l'expérience la valeur du nombre v, tel que celui que nous discutons ici pour l'ordre et la clarté des idées, on serait donc averti, avant toute classification des jugements par catégories, de l'erreur de l'hypothèse sur l'indépendance des causes d'erreur pour chaque juge, en ce que la valeur de v déduite de l'équation (24) surpasserait celle que donne l'observation directe; et la différence serait encore plus grande, si la valeur de v_1 pour certaines catégories, pouvait descendre au-dessous de $\frac{1}{2}$, sans cesser d'être plus grande que $\frac{1}{2}$ pour la série générale.

Au contraire, dans le cas ordinaire où la valeur du nombre v ne peut être donnée qu'indirectement par le calcul, au moyen de l'équation (24) ou de toute autre analogue, rien n'avertirait le calculateur de l'erreur de son hypothèse, si la série générale des jugemens n'était pas assez nombreuse pour pouvoir, à l'aide des documents statistiques, se subdiviser en catégories ou séries partielles, assez nombreuses elles-mêmes pour manifester la permanence de rapports qui résulte de la loi des grands nombres. Lorsque cette classification pourra s'opérer, il arrivera en général que le rapport p variera d'une catégorie à l'autre, et deviendra successivement p_1, p_2, ... p_n. On calculera alors la valeur de v par l'équation (25), et cette seconde valeur, toujours moindre que la première, sera cependant supérieure encore à la vraie valeur, si dans chacune des catégories ou dans quelques-unes d'entre elles, l'hypothèse de l'indépendance des causes d'erreur est encore inadmissible. Quand ensuite la statistique se sera enrichie d'un plus grand nombre d'observations, on multipliera le nombre des catégories; on obtiendra une valeur de v plus faible que les précédentes, et plus approchée de la vraie valeur.

21. Lorsque parmi les rapports v_1, v_2, ... v_n, il n'y en a aucun

qui puisse descendre au-dessous de $\frac{1}{2}$, on assigne une limite à la différence entre les valeurs de v données par les équations (24) et (25).

Représentons la première par

$$v = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2p-1} = \frac{1}{2} + z,$$

et la seconde par

$$v = \frac{1}{2} + \mu_1 z_1 + \mu_2 z_2 + \ldots + \mu_n z_n = \frac{1}{2} + \zeta,$$

on aura

$$z^2 - \zeta^2 = \mu_1\mu_2(z_1 - z_2)^2 + \mu_1\mu_3(z_1 - z_3)^2 + \text{etc.}, \quad (26)$$

et c'est de la valeur du second membre de cette dernière équation qu'il s'agit de trouver la limite.

D'abord, dans le cas où les catégories se réduiraient à deux, on aurait simplement

$$z^2 - \zeta^2 = \mu_1\mu_2(z_1 - z_2)^2;$$

mais comme les quantités z_1, z_2, toutes deux positives, sont chacune plus petites que $\frac{1}{2}$, on a $(z_1 - z_2)^2 < \frac{1}{4}$; on a aussi $\mu_1\mu_2 < \frac{1}{4}$, à cause de $\mu_1 + \mu_2 = 1$; donc

$$z^2 - \zeta^2 < \frac{1}{16}.$$

Pour trois catégories, il vient

$$z^2 - \zeta^2 = \mu_1\mu_2(z_1 - z_2)^2 + \mu_1\mu_3(z_1 - z_3)^2 + \mu_2\mu_3(z_2 - z_3)^2.$$

Supposons, ce qui est permis, que l'ordre des indices soit aussi l'ordre de grandeur des quantités z_1, z_2, z_3, et posons

$$z_1 - z_2 = u, \quad z_2 - z_3 = u',$$

de manière que u, u' désignent des quantités positives, l'équation précédente deviendra

$$z^2 - \zeta^2 = \mu_1\mu_2 u^2 + \mu_1\mu_3(u+u')^2 + \mu_2\mu_3 u'^2.$$

Quels que soient les nombres μ_1, μ_2, μ_3, la fonction qui forme le second membre de l'équation atteindra sa plus grande valeur, si l'on donne à la somme $u+u'$ la plus grande valeur dont elle est susceptible, c'est-à-dire $\frac{1}{2}$, et si l'on détermine ensuite u, u' par les règles ordinaires; d'où il résulte

$$u = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mu_3}{\mu_1+\mu_3}, \quad u' = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mu_1}{\mu_1+\mu_3},$$

et par suite, toutes réductions faites,

$$z^2 - \zeta^2 = \frac{1}{4}\cdot\frac{\mu_1\mu_3}{\mu_1+\mu_3}.$$

Pour trouver le maximum de la fonction

$$\frac{\mu_1\mu_3}{\mu_1+\mu_3},$$

dont la détermination échappe à la règle ordinaire, nous poserons

$$\mu_1 + \mu_3 = h, \quad \frac{\mu_1\mu_3}{\mu_1+\mu_3} = \mathrm{K},$$

d'où

$$\mu_1 = \frac{h \pm \sqrt{h^2 - 4h\mathrm{K}}}{2}, \quad \mu_3 = \frac{h \mp \sqrt{h^2 - 4h\mathrm{K}}}{2}.$$

Comme μ_1, μ_3 ne peuvent pas cesser d'être des quantités réelles, la plus grande valeur dont K soit susceptible est égale à $\frac{h}{4}$; et comme d'une autre part, la quantité $h = \mu_1 + \mu_3$ est nécessairement plus petite que l'unité, il s'ensuit qu'on a encore, dans le cas de trois catégories,

$$z^2 - \zeta^2 < \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} > \frac{1}{16}.$$

Si l'on voulait étendre cette analyse à un plus grand nombre de catégories, le calcul deviendrait bientôt impraticable; mais par d'autres raisonnements, on assigne à la différence $z^2 - \zeta^2$ une autre limite, indépendante du nombre des catégories.

Remarquons d'abord que l'on a

$$\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2 + \text{etc.} + 2(\mu_1\mu_2 + \mu_1\mu_3 + \text{etc.}) = (\mu_1 + \mu_2 + \text{etc.})^2 = 1,$$

$$\mu_1\mu_2 + \mu_1\mu_3 + \text{etc.} = \mu_1^2 + \mu_2^2 + \text{etc.} - \frac{1}{2}[(\mu_1 - \mu_2)^2 + (\mu_1 - \mu_3)^2 + \text{etc.}].$$

Donc

$$\mu_1\mu_2 + \mu_1\mu_3 + \text{etc.} < \mu_1^2 + \mu_2^2 + \text{etc.},$$

et en vertu de la première équation,

$$\mu_1\mu_2 + \mu_1\mu_3 + \text{etc.} < \frac{1}{3}.$$

Observons ensuite que la somme

$$(z_1 - z_2)^2 + (z_1 - z_3)^2 + \text{etc.}$$

exprime la somme des carrés des distances entre n points pris deux à deux, ces n points étant assujettis à se trouver sur une portion de droite dont la longueur est $\frac{1}{2}$. Or, il est facile de voir que cette somme atteindra sa valeur maximum, si l'on suppose la moitié des points à l'une des extrémités de la droite, et l'autre moitié à l'autre extrémité; auquel cas la somme dont il s'agit aura pour valeur $\frac{1}{4}.\frac{n^2}{4}$ ou $\frac{1}{4}.\frac{n^2-1}{4}$, selon que n se trouvera un nombre pair ou impair.

Donc on aura une limite supérieure de la valeur du second membre de l'équation (26), si l'on y suppose la moitié des quantités z_i égales à zéro, et l'autre moitié égale à $\frac{1}{2}$, ce qui réduit à $\frac{1}{4}\cdot\frac{n^2}{4}$ ou à $\frac{1}{4}\cdot\frac{n^2-1}{4}$ le nombre des termes de ce second membre; et si en même temps l'on admet que la somme des coefficients $\mu_i\mu_i$, des termes conservés, a pour valeur $\frac{1}{3}$. Donc on aura toujours

$$z^2 - \zeta^2 < \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4} < \frac{1}{12},$$

et par suite

$$\zeta > \sqrt{z^2 - \frac{1}{12}}.$$

Si, par exemple, la série générale, employée sans distinction de catégories, avait donné $v = 0,9$ ou $z = 0,4$, la véritable valeur de v (telle qu'on l'obtiendrait si l'on pouvait multiplier assez les catégories, pour éliminer l'influence des causes objectives d'erreur, et ne plus laisser subsister que l'influence des causes variables d'un juge à l'autre) serait certainement comprise entre 0,9 et

$$\frac{1}{2} + \sqrt{0,16 - \frac{1}{12}} = 0,7769.$$

Cette formule relative à la limite inférieure de v deviendra illusoire et n'apprendra rien, quand z sera inférieur à la fraction $\frac{1}{\sqrt{12}}$, ou n'excédera que de très peu la valeur de cette fraction. En ce cas on ne pourra attendre que du perfectionnement de la statistique des notions précises sur la valeur du rapport v. Lorsque cette valeur restera stationnaire, quoique l'accroissement du nombre des observations permette de multiplier le nombre des catégories, on sera averti que la limite est atteinte; que dans chaque catégorie on peut considérer les causes d'erreur comme agissant d'une manière régulière et variable sur chaque juge ou observateur, et en un mot que l'influence des causes objectives est éliminée.

22. Considérons maintenant un tribunal de trois juges, pour chacun desquels on est fondé à attribuer au rapport v la même valeur, soit que le tribunal se compose de trois juges permanents, également éclairés, soit qu'il se compose de trois juges pris au hasard pour chaque affaire sur une liste générale; auquel cas v désigne, ainsi qu'on l'a expliqué, une moyenne entre les valeurs de la chance du bien jugé pour chaque individu inscrit sur la liste. Si p exprime le rapport du nombre des jugements rendus à l'unanimité au nombre total des jugements, rapport connu d'après une longue série d'observations, on aura (art. 5)

$$v = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{4p - 1}{3}}.$$

Cette expression de v est tout-à-fait semblable, quant à la forme, à celle que donne l'équation (24); par conséquent on pourra y appliquer tous les raisonnements des précédents articles, en ce qui concerne l'élimination de l'influence des causes objectives par la multiplication des catégories, l'abaissement successif des valeurs de v, et les limites de cet abaissement.

La probabilité du bien jugé, ou le rapport du nombre des bien jugés au nombre total des jugements, est pour ce tribunal

$$V = 3v^2 - 2v^3,$$

lorsque tous les jugements peuvent être confondus en une seule série. Concevons-les maintenant répartis en deux catégories, pour lesquelles v prend les valeurs v_1, v_2; le rapport du nombre des bien jugés au nombre total des jugements deviendra

$$\mu_1 V_1 + \mu_2 V_2 = 3(\mu_1 v_1^2 + \mu_2 v_2^2) - 2(\mu_1 v_1^3 + \mu_2 v_2^3),$$

et il faut prouver que l'on a

$$\mu_1 V_1 + \mu_2 V_2 < V, \qquad (27)$$

du moins dans le cas où les trois nombres v, v_1, v_2 seraient supposés $> \frac{1}{2}$.

Dans ce cas en effet, le rapport p pour la série générale étant une moyenne entre les valeurs p_1, p_2 que prend ce rapport pour l'une et pour l'autre catégorie, la valeur de v tombera aussi entre celles de v_1 et de v_2, de sorte que l'on pourra supposer

$$v_1 > v, \quad v > v_2. \qquad (28)$$

D'un autre côté on aura, par ce qui a été démontré ci-dessus,

$$\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2 < v, \quad \text{ou} \quad \mu_1 < \frac{v - v_2}{v_1 - v_2}. \qquad (29)$$

Or, si l'inégalité (27) n'était pas satisfaite, et qu'on eût au contraire

$$\mu_1 V_1 + \mu_2 V_2 > V,$$

ou

$$\mu_1(V_1 - V_2) > V - V_2,$$

il serait permis d'en conclure

$$\mu_1 > \frac{V - V_2}{V_1 - V_2},$$

et par suite, à cause de l'inégalité (29),

$$(\nu - \nu_2)(V_1 - V_2) > (\nu_1 - \nu_2)(V - V_2); \qquad (30)$$

car, la fonction V étant croissante avec ν, les inégalités (28) entraînent

$$V_1 - V_2 > 0, \quad V - V_2 > 0;$$

et dès-lors on peut, sans intervertir les inégalités, multiplier ou diviser par les binomes $V_1 - V_2$, $V - V_2$. Maintenant, l'inégalité (30) se réduit, après qu'on y a substitué pour V, V_1, V_2 leurs valeurs, et supprimé les facteurs communs, à

$$(\nu - \nu_1)[3 - 2(\nu + \nu_1 + \nu_2)] < 0;$$

mais, tant que les fractions ν, ν_1, ν_2 surpassent chacune $\frac{1}{2}$, selon l'hypothèse, le facteur

$$3 - 2(\nu + \nu_1 + \nu_2)$$

est positif; donc on aurait

$$\nu < \nu_1,$$

contrairement à la première inégalité (28). Donc enfin l'inégalité (27) est vérifiée, en excluant le cas infiniment peu probable de l'égalité des deux membres.

Ainsi, à mesure que l'accroissement des documents statistiques permet d'opérer une élimination plus complète de l'influence des causes objectives, par la multiplication des catégories, la valeur assiguée par le calcul à la chance moyenne du bien jugé pour le tribunal va en s'abaissant, comme la valeur assignée à la chance moyenne du bien jugé pour chaque juge.

23. Jusqu'ici nous avons supposé connus, et immédiatement donnés par les documents statistiques, les nombres μ_1, μ_2,... que l'on pourrait nommer les coefficients des catégories, et qui expriment les probabilités qu'un jugement pris au hasard dans la série générale, se rapportera aux catégories (1), (2),... Mais on peut aussi supposer les nombres μ_1, μ_2,... inconnus, et se proposer de les déterminer par le calcul au moyen d'un nombre suffisant d'éléments, choisis parmi ceux que fournit l'observation immédiate. C'est sur la solution d'un problème de cette nature que reposent les applications de la théorie des chances à la statistique judiciaire, en matière criminelle.

En effet, la série des accusés traduits devant un tribunal criminel se fractionne naturellement en deux catégories, celle des accusés coupables et celle des accusés innocents; μ_1, μ_2 désigneront les probabilités que l'on a de tomber sur un coupable ou sur un innocent, en prenant un nom au hasard dans la liste générale des accusés. Les nombres μ_1, μ_2, dont la somme est l'unité, ne sont pas donnés directement et ne peuvent l'être, puisque l'on n'aura jamais un *criterium* infaillible de la culpabilité et de l'innocence des accusés : il est seulement très vraisemblable *à priori* que, dans l'état de nos mœurs et d'après nos institutions judiciaires, μ_1 l'emporte notablement sur μ_2, la traduction des accusés devant le tribunal qui doit les juger, n'ayant lieu qu'à la suite d'une instruction préliminaire, qui écarte les inculpés sur lesquels ne pèsent pas des charges très sérieuses.

La chance v du bien jugé pour chacun des juges dont le tribunal se compose, a pour valeur $\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2$, v_1, v_2 désignant les valeurs de cette chance par rapport à la série des accusés coupables et par rapport à la série des accusés innocents. Il y a lieu de croire qu'en thèse générale les nombres v_1, v_2 ne sont point égaux, ou en d'autres termes que le rapport du nombre des coupables condamnés par un juge, au nombre des coupables qu'il acquitte, n'est pas le même que le rapport du nombre des innocents qu'il acquitte, au nombre des innocents qu'il condamne. Dans tous les cas, ce serait à l'expérience à démontrer l'égalité des rapports v_1. v_2. On a donc en général trois quantités inconnues, μ_1, ν_1, ν_2, qu'il s'agit de déterminer d'après les données de l'observation.

Admettons pour un moment que le juge qui condamne un accusé affirme par cela même que l'accusé est coupable, et que réciproquement le juge qui acquitte un accusé affirme par cela même sa nonculpabilité. Désignons par c le rapport du nombre des accusés condamnés à l'unanimité, au nombre total des accusés; par c' le rapport du nombre des accusés condamnés à la simple majorité, au même nombre total; enfin par a le rapport du nombre des accusés acquittés à l'unanimité, au nombre total : on aura entre les inconnues μ_1, ν_1, ν_2 les trois équations

$$\left.\begin{aligned} \mu_1\nu_1^3 + (1-\mu_1)(1-\nu_2)^3 &= c, \\ 3\mu_1\nu_1^2(1-\nu_1) + 3(1-\mu_1)\nu_2(1-\nu_2)^2 &= c', \\ \mu_1(1-\nu_1)^3 + (1-\mu_1)\nu_2^3 &= a, \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

qui suffisent pour les déterminer complétement.

On objectera avec raison que le juge qui acquitte un accusé n'entend point d'ordinaire affirmer que l'accusé n'est pas coupable, mais seulement qu'à ses yeux les indices de culpabilité ne sont pas suffisants pour déterminer une condamnation; que réciproquement le juge qui condamne n'entend point affirmer avec une absolue certitude, la culpabilité de l'accusé, mais seulement l'existence de tels indices, d'une présomption si forte de culpabilité, qu'on ne saurait, sans paralyser l'action de la justice et compromettre la sûreté publique, acquitter les accusés contre lesquels pèsent de tels indices, et d'aussi fortes présomptions.

La conséquence de cette objection, c'est que les nombres μ_1, μ_2, ν_1, ν_2, déterminées par les équations précédentes, sont relatifs, non point, comme nous l'avions supposé d'abord, à deux catégories dont l'une comprendrait les accusés coupables, et l'autre les accusés innocents; mais bien à deux autres dont la première comprendrait les accusés *condamnables*, et la seconde les accusés *noncondamnables* ou *acquittables;* la première pouvant à la rigueur comprendre des innocents, et la seconde comprenant très vraisemblablement beaucoup de vrais coupables. Mais d'un autre côté, si l'esprit saisit tout de suite la distinction absolue des accusés coupables et noncoupables, il s'en faut bien que l'on se forme aussi facilement une idée précise de la division catégorique en accusés condamnables et accusés non-condamnables. Comme c'est ici le point le plus délicat d'une théorie, d'ailleurs délicate dans toutes ses parties, on ne saurait y apporter trop d'attention.

(24). Nous demanderons à ce sujet la permission de revenir encore sur l'exemple fictif qui nous a servi plusieurs fois à fixer la valeur de certaines notions. Quand un homme exercé aux pronostics météorologiques, prédit le beau temps pour le lendemain, il n'entend sûrement pas affirmer d'une manière absolue qu'il fera beau; mais seulement que les chances de beau temps sont très grandes, assez grandes par exemple pour entreprendre sans hésitation un voyage, une ascension alpestre. De même le chirurgien qui opine pour l'amputation d'un membre, n'affirme pas absolument l'impossibilité d'une autre cure; il affirme seulement que dans son opinion les chances d'une issue funeste, si le membre n'est pas amputé, sont assez grandes pour déterminer le sacrifice du membre affecté. La même remarque s'applique à la plupart des jugements des hommes, et n'a rien de spécial aux jugements en matière criminelle.

Ceci rentre tout-à-fait dans ce que nous avons dit au sujet de l'influence des causes *objectives* d'erreur, ou de celles qui sont indépendantes des affections variables et irrégulièrement variables de chaque juge en particulier. On se rend compte de cette influence en concevant que les questions à juger sont réparties en diverses catégories, pour chacune desquelles la chance v de la conformité de l'événement à l'affirmation du juge, prend une valeur différente. Cela posé, il faut distinguer deux cas : celui où la chance v, en variant d'une catégorie à l'autre, reste toujours au-dessus de $\frac{1}{2}$, et celui où elle peut descendre pour certaines catégories, au-dessous de $\frac{1}{2}$.

Dans le premier cas il n'y aurait aucune équivoque possible. Les chances v_1, v_2,... v_i, pourraient être indifféremment déterminées, ou par l'observation directe, comme cela est possible à l'égard des pronostics météorologiques, ou indirectement par le calcul, suivant la théorie qui fait l'objet de ce mémoire, dans les cas où l'observation directe est impossible. Le calcul assignant à chaque quantité v_i une valeur ambiguë de la forme $\frac{1}{2} \pm z_i$, on saurait qu'il faut toujours prendre z_i avec le signe positif, et que par ce moyen les résultats du calcul coïncideront toujours avec ceux que donnerait l'observation directe, si elle pouvait avoir lieu.

Cela posé, concevons les accusés répartis en un assez grand nombre de catégories, pour que dans chacune les causes d'erreur agissent fortuitement et indépendamment sur chaque juge, chaque catégorie comprenant d'ailleurs des accusés coupables et des accusés innocents. Si, dans chacune de ces catégories, la valeur du rapport v ne peut descendre au-dessous de $\frac{1}{2}$, soit pour les coupables, soit pour les innocents, les équations (31), appliquées à chaque catégorie, détermineront effectivement le rapport du nombre des coupables au nombre des innocents, exprimé par $\frac{\mu_1}{1-\mu_1}$, la valeur de la chance v_1 de la condamnation des coupables, et celle de la chance v_2 de l'acquittement des innocents. Ce calcul donnant les valeurs de v_1, v_2, par couples de la forme $\frac{1}{2} \pm z_1$, $\frac{1}{2} \pm z_2$, on saura qu'il faut toujours prendre z_1, z_2 avec le signe positif.

Les mêmes équations (31), appliquées à la série générale des accusés, ne donneraient sans doute qu'une approximation des rapports cherchés, selon la théorie exposée dans les articles précédents; mais cette approximation se rapporterait toujours à la classification des accusés en coupables et en innocents : la distinction faite plus haut entre les accusés coupables et les accusés condamnables, entre les accusés innocents et les accusés acquittables, ne se rattacherait en rien aux résultats du calcul.

Or, au contraire, on doit admettre, que pour de nombreuses catégories d'accusés, la chance v d'un vote conforme à la réalité du fait tombe au-dessous de $\frac{1}{2}$, et s'approche même indéfiniment de zéro. Il y a sans doute beaucoup d'accusés coupables qui ont la presque certitude d'obtenir un vote d'acquittement, soit à cause de la faiblesse des preuves juridiques qui pèsent sur eux, soit en raison de diverses causes (telles que la trop grande rigueur de la loi pénale) qui prédisposent à l'indulgence la généralité des juges. On ne peut guère plus se refuser à admettre que, pour un très petit nombre d'accusés innocents, il y a presque la certitude d'être atteints par un vote de condamnation, tant sont grandes les charges qu'un enchaînement fatal de circonstances fait peser sur eux, et qui sont de nature à déterminer la conviction des juges les plus éclairés et les plus impartiaux.

En conséquence il y a des catégories d'accusés pour lesquelles, si l'on faisait usage des équations (31), en les rattachant à la classification des accusés en coupables et en innocents, il faudrait choisir pour v_2, ou pour v_1 et v_2, celles des valeurs données par le calcul, qui tombent au-dessous de $\frac{1}{2}$. Il résulterait de là que l'on ne pourrait plus, même dans une première approximation, appliquer les équations (31) à la série générale des accusés, ou du moins que l'on aurait de justes raisons de douter si, entre les deux valeurs de v_2 tirées de ces équations, on ne doit pas choisir de préférence celle qui tombe au-dessous de $\frac{1}{2}$, comme plus approchée de la vraie valeur.

Il n'y a qu'une manière de lever cette difficulté, et de faire rentrer le second cas dans le premier : c'est de considérer comme acquittables les accusés coupables pour lesquels la chance v_1 d'une voix de condamnation tombe au-dessous de $\frac{1}{2}$, et pareillement de considérer comme condamnables les accusés innocents (vaisemblablement et heureusement en fort petit nombre) pour lesquels les chances d'une voix d'acquittement tomberaient aussi au-dessous de $\frac{1}{2}$. Par suite de cette convention, et en changeant la signification primitive des lettres v_1, v_2; en concevant que v_1 est la chance d'une voix de condamnation pour les accusés condamnables, que v_2 est la chance d'une voix d'acquittement pour les accusés acquittables, les nombres v_1, v_2 ne peuvent, par la définition même, tomber au-dessous de $\frac{1}{2}$ pour aucune catégorie d'accusés; et quand, dans une première approximation, on applique les équations (31) à la série générale des accusés, on doit nécessairement prendre pour v_1, v_2, dans les couples de valeurs données par le calcul, celles qui surpassent $\frac{1}{2}$.

25. Ces explications ont l'avantage de fournir une définition précise et mathématique du sens qui s'attache aux mots *condamnables* et *non condamnables* : elles font voir avec netteté comment la classification des accusés en condamnables et noncondamnables se rapporte à l'état

des lumières, aux prédispositions morales qui règnent dans la classe de citoyens au sein de laquelle on prend les jurés ou les juges criminels ; de manière que les juges venant à être pris dans une autre classe, ou à subir dans la même classe de nouvelles influences, telles catégories d'accusés pourront passer de la classe des accusés condamnables à celle des accusés noncondamnables, ou réciproquement.

Ainsi le rapport du nombre des condamnés au nombre total des accusés, qui atteignait en Belgique la valeur 0,83 quand les crimes étaient jugés par des tribunaux permanents, s'est abaissé à 0,60 quand on a rétabli dans ce pays l'institution du jury français ; et de là on conclut, suivant l'intéressante remarque de M. Poisson, que la proportion des accusés condamnables (dans le sens que nous donnons à cette expression) a décru brusquement par le rétablissement de l'institution du jury, quoique les formes de l'instruction préliminaire soient restées les mêmes et que par conséquent la proportion des accusés réellement coupables n'ait pas dû varier sensiblement. En effet, les jurés étant plus enclins à l'indulgence que des magistats permanents, il y a de nombreuses catégories d'accusés coupables pour lesquels la chance v_1 d'un vote de condamnation surpasse $\frac{1}{2}$ quand il s'agit de magistrats, et tombe au-dessous de $\frac{1}{2}$ quand le vote doit être émis par des jurés. Les accusés compris dans ces catégories appartiennent à la classe des accusés condamnables lorsqu'on applique les formules (31) ou leurs analogues à des jugements rendus par une magistrature permanente, et passent dans la classe des accusés non condamnables lorsqu'on applique les mêmes formules à des jugements par jurés.

Cette théorie nous met aussi à même de prévoir dans quel sens les résultats du calcul se modifieront, selon la nature des variations survenus dans la législation criminelle ou dans d'autres circonstances qui influent sur les votes des jurés. Tout ce qui tend à augmenter les lumières des jurés doit augmenter les valeurs de v_1, v_2 ; ainsi toutes circonstances égales d'ailleurs, on trouvera v_1, v_2 moindres pour des jurés qui votent sans communication entre eux que pour des jurés qui délibèrent en commun et peuvent s'éclairer mutuellement. Au contraire, un adoucissement de la législation pénale, qui amène un plus grand nombre de condamnations méritées, par suite une répression plus efficace de certains désordres, et que l'on doit regarder en conséquence comme une incontestable amélioration, peut bien faire baisser les valeurs de v_1, v_2, qui se rapportent à la classification en condamnables et non condamnables. Il y avait une catégorie d'accusés presque sûrs de l'acquittement, ou pour lesquels v_2 avait une très grande valeur. La cause constante et objective d'erreur, qui déterminait l'acquittement avec une presque certitude, étant soustraite, le sort de ces accusés reste soumis à l'influence des causes subjectives d'erreurs qui agissent irrégulièrement et indépendamment sur chaque juré. La chance v_2 diminue pour les accusés de la catégorie dont il s'agit, et si elle diminue au point de tomber au-dessous de $\frac{1}{2}$, ces accusés passent dans la classe des accusés que nous qualifions de condamnables, mais pour lesquels v_1 peut avoir une valeur très peu supérieure à $\frac{1}{2}$. Les valeurs moyennes de v_1, v_2 relatives à la série générale des condamnés, pourront donc baisser par suite de l'adoucissement de la législation pénale, quoiqu'il y ait un plus grand nombre de jugements vrais, d'une absolue vérité.

En général, l'ignorance est une cause d'erreur dont le mode d'action est irrégulier et variable d'un juré à l'autre. Tout ce qui tendra à accroître les lumières des jurés tendra à diminuer la part du hasard dans les verdicts des jurys, à accroître la proportion des verdicts rendus à l'unanimité ou à une forte majorité, à accroître en conséquence les valeurs assignées par le calcul aux rapports v_1, v_2. Au contraire, la soustraction des causes d'erreurs qui tiennent à des préjugés dominants, à des penchants naturels du cœur humain, tout en augmentant le nombre des jugements vrais, pourra accroître la part du hasard, diminuer la proportion des verdicts rendus à l'unanimité ou à une forte majorité; diminuer consécutivement les valeurs que le calcul en déduit pour les rapports v_1, v_2.

26. Maintenant que la signification de ces rapports et le sens des équations (31) nous semblent suffisamment éclaircis, nous allons passer à la résolution de ces mêmes équations. Si l'on pose

$$v_1 = \frac{1}{2} + z_1, \quad v_2 = \frac{1}{2} + z_2,$$

elles deviendront

$$\mu_1 z_1^3 - \mu_2 z_2^3 + \frac{3}{2}\mu_1 z_1^2 + \frac{3}{2}\mu_2 z_2^2 + \frac{3}{4}\mu_1 z_1 - \frac{3}{4}\mu_2 z_2 + \frac{1}{8} - c = 0, \quad (c)$$

$$-\mu_1 z_1^3 + \mu_2 z_2^3 - \frac{1}{2}\mu_1 z_1^2 - \frac{1}{2}\mu_2 z_2^2 + \frac{1}{4}\mu_1 z_1 - \frac{1}{4}\mu_2 z_2 + \frac{1}{8} - \frac{c'}{3} = 0, \quad (c')$$

$$-\mu_1 z_1^3 + \mu_2 z_2^3 + \frac{3}{2}\mu_1 z_1^2 + \frac{3}{2}\mu_2 z_2^2 - \frac{3}{4}\mu_1 z_1 + \frac{3}{4}\mu_2 z_2 + \frac{1}{8} - a = 0. \quad (a)$$

Nous les remplacerons par les trois suivantes qui s'en déduisent

$$(c) + (a) = 3\mu_1 z_1^2 + 3\mu_2 z_2^2 + \frac{1}{4} - c - a = 0, \quad (32)$$

$$(c) - (a) = 2\mu_1 z_1^3 - 2\mu_2 z_2^3 + \frac{3}{2}\mu_1 z_1 - \frac{3}{2}\mu_2 z_2 - c + a = 0, \quad (33)$$

$$(a) - 2(c) - 3(c') = -3\mu_1 z_1 + 3\mu_2 z_2 - \frac{1}{2} + 2c + c' - a = 0. \quad (34)$$

Faisant, pour simplifier,

$$-\frac{1}{2} + 2c + c' - a = \varepsilon,$$

il viendra par l'équation (34), et au moyen de ce que $\mu_1 + \mu_2 = 1$,

$$\mu_1 = \frac{3z_2 + \varepsilon}{3(z_1 + z_2)}, \quad \mu_2 = \frac{3z_1 - \varepsilon}{3(z_1 + z_2)}.$$

Si nous substituons ces valeurs dans les équations (32) et (33), en posant, toujours pour motif de simplification,

$$\frac{1}{4} - c - a = \varepsilon',$$

$$\frac{3}{2}\varepsilon + 3(a - c) = \varepsilon'',$$

elles deviendront

$$(z_1 + z_2)[3z_1 z_2 + \varepsilon(z_1 - z_2) + \varepsilon'] = 0,$$

$$(z_1 + z_2)[6z_1 z_2(z_1 - z_2) + \varepsilon''] + 2\varepsilon(z_1^3 + z_2^3) = 0;$$

ou plus simplement, après avoir substitué dans la seconde la valeur de $z_1 z_2$ tirée de la première, et supprimé le facteur commun $z_1 + z_2$:

$$3z_1 z_2 + \varepsilon(z_1 - z_2) + \varepsilon' = 0, \quad (35)$$

$$2\varepsilon z_1 z_2 - 2\varepsilon'(z_1 - z_2) + \varepsilon'' = 0:$$

enfin, si l'on pose

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3\varepsilon'' - 2\varepsilon\varepsilon'}{3\varepsilon' + \varepsilon^2} = 2S, \quad -\frac{1}{2} \cdot \frac{2\varepsilon'^2 + \varepsilon\varepsilon''}{3\varepsilon' + \varepsilon^2} = \varpi,$$

on aura définitivement

$$z_1 = S \pm \sqrt{S^2 + \varpi},$$
$$z_2 = -S \pm \sqrt{S^2 + \varpi},$$
$$\mu_1 = \frac{1}{2} \pm \frac{\varepsilon - 3S}{6\sqrt{S^2 + \varpi}}, \quad \mu_2 = \frac{1}{2} \mp \frac{\varepsilon - 3S}{6\sqrt{S^2 + \varpi}}.$$

La probabilité de la condamnation de l'accusé par le tribunal a pour valeur, si l'accusé est condamnable,

$$V_1 = v_1^3 + 3v_1^2(1 - v_1) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} z_1 - 2z_1^3;$$

et la probabilité de l'acquittement de l'accusé, s'il n'est pas condamnable, a pour valeur

$$V_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} z_2 - 2z_2^3;$$

d'où

$$V_1 - V_2 = (z_1 - z_2)\left[\frac{3}{2} - 2(z_1^2 + z_1 z_2 + z_2^2)\right].$$

Le signe de $V_1 - V_2$ sera le même que celui de $z_1 - z_2$; car $z_1 - z_2$ ne pouvant dépasser $\frac{1}{2}$, il est facile de voir que le coefficient de $z_1 - z_2$ dans l'équation précédente est toujours positif.

La probabilité qu'un accusé pris au hasard sera condamné, ou le rapport du nombre des condamnés au nombre total des accusés, a pour valeur

$$C = \mu_1 V_1 + \mu_2(1 - V_2),$$

et la valeur numérique de C devra coïncider avec la somme des nombres désignés plus haut par c, c'.

On trouve, en mettant pour V_1, V_2 leurs valeurs,

$$\mu_1 - C = \mu_1\left[1 - \frac{3}{2}(z_1 + z_2) + 2(z_1^3 + z_2^3)\right] - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} z_2 + 2z_2^3\right)$$

de sorte que μ_1 sera $>$ ou $<$ C (c'est-à-dire que le nombre des condamnés sera plus petit ou plus grand que celui des condamnables), selon qu'on aura

$$\mu_1 \gtrless \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{2} z_2 + 2z_2^3}{1 - \frac{3}{2}(z_1 + z_2) + 2(z_1^3 + z_2^3)}.$$

μ_1 doit être supposé notablement plus grand que $\frac{1}{2}$, sans quoi les garanties de l'instruction criminelle deviendraient illusoires ; et cela admis, l'inégalité précédente nous montre que μ_1 surpassera certainement C, si l'on a

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{2}z_1 + 2z_1^3 > \frac{1}{2} - \frac{3}{2}z_2 + 2z_2^3,$$

ou

$$(z_2 - z_1)\left[\frac{3}{2} - 2(z_1^2 + z_1z_2 + z_2^2)\right] > 0,$$

ou simplement, d'après l'observation déjà faite plus haut, $z_2 > z_1$.

Mais dans le cas où l'on aurait au contraire $z_1 > z_2$, il pourrait arriver que le nombre des condamnés surpassât celui des condamnables.

27. L'idée de déterminer *à posteriori*, par la statistique judiciaire, les coefficients μ_1, μ_2, ou le rapport du nombre des accusés condamnables au nombre total des accusés, est due entièrement à M. Poisson. Avant cet éminent géomètre, Condorcet qui avait traité laborieusement la même matière, et Laplace qui n'avait fait que l'effleurer, ne s'étaient point trouvés conduits par leurs recherches à envisager la question sous cette face, la seule qui se prête convenablement aux applications statistiques.

Mais la marche que suit M. Poisson pour y arriver, implique la supposition tacite que les rapports désignés ici par ν_1, ν_2 sont égaux entre eux ; et l'on verra en effet que, sans cette supposition, la statistique judiciaire ne lui eût pas fourni tous les éléments nécessaires pour la solution numérique du problème qu'il avait principalement en vue. Nous passerons tout à-l'heure à la discussion d'un autre problème, où une pareille supposition n'est plus indispensable, et conduirait même en général à des résultats qui répugnent. Si l'on fait dans l'équation (35) $z_1 = z_2 = z$, on en tirera

$$z = \pm\sqrt{\frac{-\varepsilon}{3}} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4(c+a)-1}{3}};$$

et, en effet, $c+a$ étant le rapport du nombre des jugements rendus à l'unanimité au nombre total des jugements, cette formule coïncide avec l'équation (4) de l'art 5. On aurait aussi

$$u_1 = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{2c + c' - a - \frac{1}{2}}{\sqrt{3(c + a - \frac{1}{4})}}, \quad \mu_2 = \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{2c + c' - a - \frac{1}{2}}{\sqrt{3(c + a - \frac{1}{4})}}.$$

Dans la même supposition, on n'aurait plus besoin d'employer la troisième équation (31), et le rapport désigné par a pourrait être inconnu. En faisant dans les deux premières équations $\nu_1 = \nu_2 = \frac{1}{2} + z$, on serait conduit à l'équation biquadratique

$$z^4 - z^2\left(\frac{1}{2} + c + \frac{1}{3}c'\right) + \frac{1}{4}\left(c - c' + \frac{1}{4}\right) = 0.$$

Il est assez remarquable que, pour ce cas particulier, la valeur de z dépende d'une équation du quatrième degré, et implique deux radicaux carrés, tandis que nous avons obtenu plus haut les valeurs générales de z_1, z_2, avec un seul radical, en employant à la vérité un troisième élément a, qui maintenant n'est pas censé connu.

28. Si la statistique judiciaire donnait pour nos tribunaux correctionnels, formés en général de trois juges, les valeurs des éléments c, c', a, on appliquerait les formules précédentes à la détermination des rapports μ_1, ν_1, ν_2; mais ces éléments ne sont pas donnés et ne peuvent l'être, d'après nos lois criminelles. Au contraire, la statistique judiciaire nous donne sur les appels de police correctionnelle tous les documents nécessaires pour déterminer les mêmes rapports à l'égard des prévenus qui subissent les deux degrés de juridiction.

Appelons N le nombre des prévenus jugés en appel par les tribunaux des chefs-lieux de départements; C le nombre des prévenus de cette catégorie condamnés en premier ressort; C' le nombre des prévenus condamnés en appel; Q le nombre des prévenus condamnés en premier ressort et acquittés en appel; Q' celui des prévenus acquittés en premier ressort et condamnés en appel, de sorte que $Q + Q'$ soit le nombre des prévenus pour lesquels il y a eu désaccord entre les tribunaux d'instance et d'appel sur la déclaration de culpabilité. Posons

$$\frac{C}{N} = c, \quad \frac{C'}{N} = c', \quad \frac{Q + Q'}{N} = q.$$

Désignons par μ_1, μ_2 les rapports du nombre des prévenus condamnables et du nombre des prévenus non condamnables au nombre N des prévenus; par V_1, V_2 les probabilités que le tribunal jugeant en premier ressort, condamnera un accusé condamnable et acquittera un accusé non condamnable; par V'_1, V'_2 les mêmes probabilités pour le tribunal d'appel : on aura d'abord

$$\left.\begin{array}{r} \mu_1 V_1 + \mu_2(1 - V_2) = c, \\ \mu_1 V'_1 + \mu_2(1 - V_2) = c', \\ \mu_1(V_1 + V'_1 - 2V_1V'_1) + \mu_2(V_2 + V'_2 - 2V_2V'_2) = q. \end{array}\right\} (36)$$

S'il était permis de supposer *à priori* $V_1 = V_2 = V, V'_1 = V_2 = V'$, ces trois équations suffiraient (à cause de la relation $\mu_1 + \mu_2 = 1$) pour déterminer les trois inconnues μ_1, V, V'. On trouverait ainsi

$$\left.\begin{array}{r} V = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2c-1}{2c'-1}}.(1-2q), \\ V' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2c'-1}{2c-1}}.(1-2q), \\ \mu_1 = \frac{V + c - 1}{2V - 1} = \frac{V' + c' - 1}{2V' - 1}. \end{array}\right\} (37)$$

D'après le tableau (*A*), art. 13, on a, pour la période décennale 1826 — 35,

$$N = 32015,\quad C = 20986,\quad C' = 22450,\quad Q = 3230,\quad Q' = 4693,$$

et par suite,

$$c = 0{,}6555,\quad c' = 0{,}7012,\quad q = 0{,}2475; \qquad (38)$$

d'où l'on tire, par les formules (37),

$$V = 0{,}812,\quad V' = 0{,}904,\quad \mu_1 = 0{,}749. \qquad (39)$$

Si l'on compare ces résultats avec ceux de l'article 14, on ne trouvera qu'une différence d'environ deux centièmes en moins sur la valeur de V, et d'environ deux centièmes en plus sur celle de V' : ce qui est un accord assez remarquable, eu égard à la disparité des bases de l'un et de l'autre calcul.

A l'égard des prévenus jugés en appels par les cours royales, on a

$$N = 46193,\quad C = 34420,\quad C' = 34436,\quad Q = 4816,\quad Q' = 4832;$$

ce qui donne

$$c = 0,7451,\quad c' = 0,7455,\quad q = 0,2089;$$

et par suite, d'après les équations (37), où V' serait remplacé par V'',

$$V = 0,881,\quad V'' = 0,882,\quad \mu_1 = 0,821.$$

La valeur de μ_1 se trouve plus grande que pour la série des appels ressortant aux tribunaux de chefs-lieux, ce qui cadre parfaitement avec la remarque faite dans l'article 13 sur la plus grande facilité de l'appel, quand l'appel doit être porté devant les cours royales. D'un autre côté les valeurs précédentes de V, V'' sont sensiblement égales entre elles, ce qui, dans l'hypothèse, est une conséquence nécessaire de la presque égalité des rapports c, c', donnés par la statistique. Or, comme le nombre des juges est au moins de cinq en cour royale, il en résulterait que la chance d'erreur serait notablement plus grande pour le juge de cour royale que pour le juge de première instance; conséquence qui répugnerait, si le mot *erreur* était pris dans un sens absolu.

La difficulté se résout, si l'on observe que, par suite d'un penchant à l'indulgence, plus grand chez les juges de cours royales, et que la statistique a manifesté, il y a des prévenus qui doivent figurer, relativement aux juges de première instance, dans la catégorie des accusés non condamnables. On a donc, en désignant par μ_1'' la valeur que prend le rapport μ_1 devant les cours royales,

$$\begin{aligned}\mu_1 V + (1-\mu_1)(1-V) &= c,\\ \mu_1'' V'' + (1-\mu_1'')(1-V'') &= c'.\end{aligned}$$

Au moyen de ce que la statistique donne, dans le cas actuel, $c' = c$, on déduit de ces deux équations

$$\mu_1 - \mu_1'' = \frac{(2c-1)\,(V''-V)}{(2V-1)\,(2V''-1)};$$

et comme les fractions c, V, V'' sont toutes trois plus grandes que $\frac{1}{2}$, il est clair que l'inégalité

$$\mu_1'' < \mu_1$$

entraînera celle

$$V'' > V,$$

et réciproquement. Si, par exemple, on attribuait à V et à V'' les valeurs de V et de V' données par les équations (39), lesquelles se réfèrent à la série des appels portés devant les tribunaux de chefs-lieux, il viendrait

$$\mu_1' = 0{,}893\,, \quad \mu_1'' = 0{,}803.$$

29. Ces valeurs de V et de V' données par les équations (38) résultent, comme on l'a vu, de l'hypothèse

$$V_1 = V_2 = V, \quad V_1' = V_2' = V';$$

mais rien ne justifie *à priori* ces deux conditions; et en effet, si elles étaient nécessaires, il s'ensuivrait que les trois équations (37) détermineraient toutes les inconnues du problème, sans qu'on eût besoin d'aucune donnée sur la composition numérique de l'un et de l'autre tribunal. Or, quand on n'a que deux tribunaux ou deux personnes morales appelées à décider les mêmes questions, sans aucune raison de supposer que la chance d'erreur de l'une l'emporte sur la chance d'erreur de l'autre, quoiqu'on les suppose toutes deux plus petites que $\frac{1}{2}$, il répugne d'admettre que la simple comparaison des votes puisse déterminer laquelle des deux chances l'emporte, et à plus forte raison déterminer les valeurs de l'une et de l'autre chance.

Il est au contraire vraisemblable avant tout calcul que, pour un tribunal quelconque, la chance d'erreur doit être notablement moindre, quand cette erreur a pour résultat de condamner un accusé non condamnable, que quand elle a pour résultat d'acquitter un accusé condamnable.

En d'autres termes, par cela seul que l'acquittement est plus favorable que la condamnation, il y a lieu de présumer qu'à l'égard des accusés pour lesquels la chance d'acquittement surpasse $\frac{1}{2}$, la valeur moyenne de la chance d'acquittement approche plus de l'unité que n'en approche la valeur moyenne de la chance de condamnation, à l'égard des accusés pour lesquels cette chance surpasse $\frac{1}{2}$. Nous verrons tout-à-l'heure comment le calcul confirme cette prévision.

Quant à présent, nous pouvons considérer V_2, V'_2, V''_2 comme des quantités inconnues, ayant respectivement pour limites inférieures V_1, V'_1, V''_1 et pour limite supérieure l'unité. Afin de passer d'une supposition extrême à l'autre, nous ferons dans les équations (36) $V_2 = 1$, $V'_2 = 1$, ce qui les réduira à

$$\mu_1 V_1 = c, \quad \mu_1 V'_1 = c', \quad \mu_1 (V_1 + V'_1 - 2V_1 V'_1) = q;$$

et, en y substituant pour c, c', q les valeurs (38), on en tirera

$$V_1 = 0{,}791, \quad V'_1 = 0{,}846, \quad \mu_1 = 0{,}829. \qquad (40)$$

Si maintenant, dans les formules

$$\begin{aligned} V &= \mu_1 V_1 + (1 - \mu_1) V_2, \\ V' &= \mu_1 V'_1 + (1 - \mu_1) V'_2, \end{aligned}$$

on substitue les valeurs précédentes de V_1, V'_1, μ_1, en y faisant d'ailleurs $1 = V_2 = V'_2$, il viendra

$$V = 0{,}827, \quad V' = 0{,}872; \qquad (41)$$

valeurs fort peu différentes de celles que nous avons trouvées pour V et V', dans l'art. 14, par une méthode qui ne permettait pas de distinguer la catégorie des accusés condamnables d'avec celle des accusés non condamnables.

Relativement aux appels portés devant les cours royales, nous trouvons dans la même supposition $V_2 = 1$, $V''_2 = 1$,

$$V_1 = 0{,}859, \quad V''_1 = 0{,}860, \quad \mu_1 = 0{,}867.$$

Mais il faut se ressouvenir que μ_1 désigne alors la proportion des prévenus condamnables pour les juges de premier ressort, parmi lesquels il s'en trouve qui passent, relativement aux juges de cours royales, dans la catégorie des accusés non condamnables, en raison du plus grand penchant à l'indulgence, reconnu chez les juges de cette classe.

30. Pour résoudre les équations (36) sans hypothèse arbitraire, et en parlant seulement de la connaissance que l'on a de la composition numérique des tribunaux d'instance et d'appel, il faudrait poser

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= v_1^3+3v_1^2(1-v_1), & V'_1 &= v_1^5+5v_1^4(1-v_1)+10v_1^3(1-v_1)^2, \\ V_2 &= v_2^3+3v_2^2(1-v_2), & V'_2 &= v_2^5+5v_2^4(1-v_2)+10v_2^3(1-v_2)^2. \end{aligned}\right\} \quad (42)$$

Afin de simplifier les calculs on pourrait écrire

$$\begin{gathered} v_1 = \tfrac{1}{2}+z_1,\ v_2 = \tfrac{1}{2}+z_2,\ V_1 = \tfrac{1}{2}+Z_1,\ V_2 = \tfrac{1}{2}+Z_2, \\ V'_1 = \tfrac{1}{2}+Z'_1,\ V'_2 = \tfrac{1}{2}+Z'_2,\ c = \tfrac{1}{2}+\gamma,\ c' = \tfrac{1}{2}+\gamma',\ \tfrac{1}{4}-\tfrac{q}{2} = \varepsilon; \end{gathered}$$

au moyen de quoi les équations (36) et (42) deviendraient

$$\left.\begin{aligned} \mu_1(Z_1+Z_2) &= Z_2+\gamma, \\ \mu_1(Z'_1+Z'_2) &= Z'_2+\gamma', \\ \mu_1(Z_2Z'_2-Z_1Z'_1) &= Z_2Z'_2-\varepsilon; \end{aligned}\right\} \quad (43)$$

$$\left.\begin{aligned} Z_1 &= \frac{3}{2}z_1-2z_1^3, & Z'_1 &= \frac{15}{8}z_1-5z_1^3+6z_1^5, \\ Z_2 &= \frac{3}{2}z_2-2z_2^3, & Z'_2 &= \frac{15}{8}z_2-5z_2^3+6z_2^5. \end{aligned}\right\} \quad (44)$$

On tire des équations (43), par l'élimination de μ_1,

$$\begin{aligned} (Z_1+Z_2)(Z'_2+\gamma')-(Z'_1+Z'_2)(Z_2+\gamma) &= 0, \\ (Z_2Z'_2-Z_1Z'_1)(Z_2+\gamma)-(Z_2Z'_2-\varepsilon)(Z_1+Z_2) &= 0. \end{aligned}$$

On pourrait substituer dans celles-ci les valeurs de Z_1, Z_2, Z'_1, Z'_2, en fonction de z_1, z_2; puis, au lieu d'éliminer z_1 ou z_2 par les méthodes ordinaires (ce qui conduirait à une équation finale d'un degré trop élevé), déterminer par tâtonnements les valeurs de z_1, z_2 propres à satisfaire simultanément à ces deux équations.

Mais dans le cas particulier ce calcul laborieux peut être éludé. En effet, dans l'hypothèse $V_2 = 1$, $V'_2 = 1$, ou

$$Z_2 = \frac{1}{2}, \quad Z'_2 = \frac{1}{2}, \quad z_2 = \frac{1}{2},$$

nous avons trouvé $V_1 = 0{,}791$, $V'_1 = 0{,}846$; ou

$$Z_1 = 0{,}291, \quad Z'_1 = 0{,}346.$$

Si nous substituons ces valeurs de Z_1, Z'_1 dans les équations (44), on tirera de la première

$$z_1 = 0{,}2055,$$

et de la seconde

$$z_1 = 0{,}2069.$$

La différence entre ces deux valeurs de z_1 est d'un ordre de grandeur qui doit nous la faire négliger, eu égard au degré d'approximation que comporte la détermination des données. Ainsi le système de valeurs

$$z_1 = 0{,}206, \quad Z_1 = 0{,}291, \quad Z'_1 = 0{,}346,$$
$$z_2 = \frac{1}{2}, \quad Z_2 = \frac{1}{2}, \quad Z'_2 = \frac{1}{2}, \quad \mu_1 = 0{,}829,$$

satisfait aux équations (43) et (44); et quoiqu'on ne puisse admettre sans improbabilité que les quantités V_2, V'_2 sont précisément égales à 1, comme on l'a supposé dans l'article précédent, on voit qu'elles ne diffèrent de l'unité que de fractions négligeables, eu égard au degré de l'approximation que ce calcul comporte.

En conséquence, nous prendrons définitivement pour les valeurs numériques de μ_1, V_1, V'_1, celles que donnent les équations (40), et pour celles de V, V', celles que donnent les équations (41).

Pour la totalité des prévenus jugés en premier ressort par les tribunaux de police correctionnelle, le rapport γ prend la valeur 0,36 (art. 15). De là dérive l'impossibilité d'admettre que les chances V_1, V'_1 conservent pour la totalité des prévenus les valeurs qu'elles ont pour ceux d'entre eux qui sont appelés à subir les deux degrés de juridiction, puisque la première équation (43) donnerait alors à μ_1 une valeur plus grande que l'unité. En effet, comme on l'a expliqué ci-dessus, la grande majorité des condamnations prononcées par les tribunaux de police correctionnelle, le sont pour des contraventions que constatent des procès-verbaux faisant foi en justice jusqu'à inscription de faux. Les prévenus contre lesquels existent de semblables preuves légales, appartiennent à la catégorie des prévenus condamnables, lors même qu'ils seraient réellement innocents et qu'il y aurait de la part de l'auteur du procès-verbal, prévarication ou erreur, mais non susceptible d'être prouvée par la voie périlleuse de l'inscription de faux. En outre, pour les prévenus en grand nombre qui se trouvent dans cette classe, et dont les causes ne vont point en appel, la valeur de V_1 se confond avec l'unité; ce qui doit élever beaucoup la valeur moyenne de V_1, quand, pour prendre cette moyenne, on étend la sommation à la masse des prévenus qui subissent le premier degré de juridiction.

31. On ne pourrait point appliquer aux jugements sur la fixation de la peine une analyse semblable à celle dont nous venons de faire usage, à l'égard des jugements qui ont pour objet la déclaration de culpabilité. Il serait même impossible de tenir compte mathématiquement de tous les éléments de la question, et l'on ne peut qu'imaginer une hypothèse pour représenter d'une manière approximative les faits observés.

Supposons que l'échelle de pénalité n'ait que deux degrés pour chaque délit, ou que la loi pénale ne laisse aux juges, après la déclaration de culpabilité, que l'option entre deux peines. Désignons par P la probabilité que le tribunal du premier ressort appliquera la peine la plus douce, par P′ la même probabilité pour le tribunal d'appel; par N_1 le nombre des prévenus déclarés coupables en premier ressort et en appel, par R celui des prévenus dont la peine a été aggravée en appel; par R′ celui des prévenus dont la peine a été atténuée en appel; par r, r' les rapports $\frac{R}{N_1}$, $\frac{R'}{N_1}$; on aura les deux équations

$$P(1 - P') = r,$$
$$P'(1 - P) = r';$$

d'où l'on tire

$$P = \frac{1 + r - r'}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(1 - r - r')^2 - 4rr'},$$

$$P' = \frac{1 - r + r'}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(1 - r - r')^2 - 4rr'}.$$

L'observation donnant $r' > r$, il faut prendre le radical avec le signe positif, si l'on ne veut pas que la valeur de P tombe au-dessous de $\frac{1}{2}$; et en effet, il répugnerait d'admettre dans un tribunal une plus grande tendance à appliquer la peine la plus forte, entre deux dont la loi lui laisserait l'option.

Nous écrirons donc simplement :

$$P = \frac{1 + r - r'}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(1 - r - r')^2 - 4rr'},$$
$$P' = \frac{1 - r + r'}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(1 - r - r')^2 - 4rr'}.$$

Pour la série des appels portés devant les tribunaux de chefs-lieux, le tableau (A) nous donne

$$N_1 = 17757, \quad R = 2473, \quad R' = 4137;$$

d'où

$$\left.\begin{array}{ll} r = 0{,}1393, & r' = 0{,}2331, \\ P = 0{,}710, & P' = 0{,}804. \end{array}\right\} \qquad (45)$$

Pour la série des appels portés devant les cours royales, on a

$$N_1 = 29604, \quad R = 2889, \quad R' = 7679;$$

d'où

$$\left.\begin{array}{ll} r = 0{,}0976, & r' = 0{,}2594, \\ P = 0{,}698, & P'' = 0{,}860; \end{array}\right\} \qquad (46)$$

P'' désignant pour les cours royales l'analogue de P' pour les tribunaux de chefs-lieux.

Si l'on désigne par p, p', p'' la valeur moyenne de la chance d'option pour la peine la plus douce, en ce qui concerne le juge de premier ressort, le juge de chef-lieu et le juge de cour royale, on tirera des équations (45) et (46),

$$\begin{array}{ll} p = 0{,}644, & p' = 0{,}676, \\ p = 0{,}636, & p'' = 0{,}718. \end{array}$$

Nous trouvons une trop faible différence entre les deux valeurs de p, données par les deux séries d'appel, pour n'en pas conclure que l'hypothèse représente d'une manière plausible les faits observés. On ne peut pas ici se proposer d'autre but.

32. L'application la plus importante que l'on puisse faire de la théorie de la probabilité des jugements, est celle qui a pour objet les décisions rendues par nos jurys en matière criminelle. Une tradition qui remonte au moyen âge a fait porter à 12 le nombre des jurés, en France comme en Angleterre, quoique d'ailleurs l'institution du jury repose dans l'un et dans l'autre pays sur des bases essentiellement différentes. La législation française a varié plusieurs fois sur la fixation de la majorité exigée pour un verdict de culpabilité. D'après la loi actuellement en vigueur, la majorité simple, de sept voix contre cinq, suffit pour la déclaration de culpabilité.

Soient N le nombre total des accusés; M_1 celui des accusés condamnables, selon la définition que nous avons donnée du mot; M_2 le nombre des accusés non condamnables; C celui des accusés condamnés à la majorité de plus de sept voix; C′ celui des accusés condamnés à la majorité simple; A le nombre des accusés acquittés par suite du partage égal des voix; ν_1 la chance d'un vote de condamnation pour un accusé condamnable, ν_2 celle d'un vote d'acquittement pour un accusé non condamnable; V_1, V_2 les probabilités d'un verdict de condamnation ou d'acquittement, selon qu'il s'agit d'accusés condamnables ou d'accusés non condamnables. Posons de plus

$$\frac{M_1}{N} = \mu_1,\quad \frac{M_2}{N} = \mu_2,\quad \frac{C}{N} = c,\quad \frac{C'}{N} = c',\quad \frac{A}{N} = a;$$

on aura

$$\mu_1 + \mu_2 = 1,$$

$$\left.\begin{array}{l}\mu_1[\nu_1^{12} + 12\nu_1^{11}(1-\nu_1) + 66\nu_1^{10}(1-\nu_1)^2 + 220\nu_1^9(1-\nu_1)^3 + 495\nu_1^8(1-\nu_1)^4] \\ +\mu_2[(1-\nu_2)^{12} + 12(1-\nu_2)^{11}\nu_2 + 66(1-\nu_2)^{10}\nu_2^2 + 220(1-\nu_2)^9\nu_2^3 + 495(1-\nu_2)^8\nu_2^4]\end{array}\right\} = c,$$

$$792\,[\mu_1\nu_1^7(1-\nu_1)^5 + \mu_2(1-\nu_2)^7\nu_2^5] = c',$$

$$924\,[\mu_1\nu_1^6(1-\nu_1)^6 + \mu_2(1-\nu_2)^6\nu_2^6] = a.$$

Si les nombres a, c, c' étaient donnés par la statistique judiciaire, les équations précédentes suffiraient pour déterminer μ_1, μ_2, ν_1, ν_2, et par suite V_1, V_2.

Les documents statistiques fournissent immédiatement le nombre $c+c'$, et l'on peut en déduire la valeur au moins approchée du nombre c', à cause de l'obligation imposée aux jurés, tant sous la législation actuelle que sous l'une des législations antérieures, de faire connaître si leur verdict a été rendu à la majorité simple. Mais la législation s'est toujours opposée formellement à ce que les jurés fissent connaître à quelle majorité était rendu un verdict d'acquittement. En conséquence, ni le rapport a, ni aucun autre analogue ne peut être donné par la statistique judiciaire; et de là dérive la nécessité, pour arriver à des déterminations numériques, de réduire le nombre des inconnues, ainsi que l'a fait M. Poisson, en supposant tacitement dans sa méthode $v_1 = v_2$.

Cependant l'analyse que nous avons faite dans ce Mémoire, des données de la statistique judiciaire concernant les appels de police correctionnelle, s'accorde bien avec les considérations d'après lesquelles on doit présumer *à priori* que v_2, V_2 surpassent respectivement v_1, V_1, et même que v_2, V_2 diffèrent très peu de l'unité. Les causes qui amènent ce résultat avec des juges permanents, tels que ceux qui prononcent en matière de police correctionnelle, doivent à plus forte raison exercer leur influence sur les jurés. Néanmoins la constatation d'un tel résultat par l'observation directe aurait tant d'intérêt, que l'on doit désirer vivement l'adoption d'une mesure, laquelle, sans manifester le mode de partage des voix pour chaque acquittement en particulier, fournirait pour une longue série d'affaires l'élément qui manque à la statistique criminelle.

Si, par exemple, pour chaque accusé condamné ou acquitté, le chef du jury était tenu de déposer dans une boîte scellée autant de billets blancs qu'il y a eu de voix pour l'acquittement, et autant de billets noirs qu'il y a eu de voix pour la condamnation, le dépouillement des billets pourrait se faire à la fin de chaque année, dans l'intérêt de la statistique judiciaire, sans violer le secret des votes pour chaque affaire particulière. Il n'est pas difficile de montrer que l'inscription sur les tableaux statistiques du résultat de ce dépouillement, équivaudrait, pour l'objet que nous avons en vue, à la connaissance de l'élément désigné plus haut par a.

Dans l'ignorance où nous sommes de la valeur de cet élément, ayant d'ailleurs toute raison de croire que la valeur de ν_2 est comprise entre celle de ν_1 et l'unité, nous ne pouvons que faire successivement les deux hypothèses $\nu_2 = 1$, $\nu_2 = \nu_1$. Les vraies valeurs des inconnues μ_1, ν_1, V_1 devront se trouver comprises entre celles qui correspondent à ces suppositions extrêmes.

Dans l'hypothèse $\nu_2 = 1$, ν_1 sera donné par l'équation du 5^e degré,

$$\nu_1^5 + 12\nu_1^4(1-\nu_1) + 66\nu_1^3(1-\nu_1)^2 + 220\nu_1^2(1-\nu_1)^3 + 495\nu_1(1-\nu_1)^4 - 792\frac{c}{c'}\cdot(1-\nu_1)^5 = 0; \quad (47)$$

on aura ensuite

$$V_1 = \nu^7[\nu_1^5 + 12\nu_1^4(1-\nu_1) + 66\nu_1^3(1-\nu_1)^2 + 220\nu_1^2(1-\nu_1)^3 + 495\nu_1(1-\nu_1)^4 + 792(1-\nu_1)^5], \quad (48)$$

$$\mu_1 = \frac{c+c'}{V_1}. \quad (49)$$

Si l'on suppose au contraire

$$\nu_2 = \nu_1 = \nu,$$

il viendra

$$c' = 792\nu^5(1-\nu)^5[\mu_1\nu^2 + \mu_2(1-\nu)^2] = 792\nu^5(1-\nu)^5[\mu_1(2\nu-1) + (1-\nu)^2], \quad (50)$$

$$\left.\begin{aligned}
c+c' = {} & \mu_1[\nu^{12} + 12\nu^{11}(1-\nu) + 66\nu^{10}(1-\nu)^2 + 220\nu^9(1-\nu)^3 + 495\nu^8(1-\nu)^4 + 792\nu^7(1-\nu)^5] \\
& + \mu_2[(1-\nu)^{12} + 12(1-\nu)^{11}\nu + 66(1-\nu)^{10}\nu^2 + 220(1-\nu)^9\nu^3 + 495(1-\nu)^8\nu^4 + 792(1-\nu)^7\nu^5] \\
= {} & \mu_1[1 - 924\nu^6(1-\nu)^6] + (\mu_2 - \mu_1)[(1-\nu)^{12} + 12(1-\nu)^{11}\nu + 66(1-\nu)^{10} \\
& \qquad \nu^2 + 220(1-\nu)^9\nu^3 + 495(1-\nu)^8\nu^4 + 792(1-\nu)^7\nu^5] \\
= {} & \mu_1[1 - 924\nu^6(1-\nu)^6] - (2\mu_1 - 1)(1-\nu)^7[(1-\nu)^5 + 12(1-\nu)^4\nu + 66(1-\nu)^3 \\
& \qquad \nu^2 + 220(1-\nu)^2\nu^3 + 495(1-\nu)\nu^4 + 792\nu^5].
\end{aligned}\right\} \quad (51)$$

On pourrait éliminer μ_1 entre les équations (50) et (51), puis résoudre numériquement par les méthodes ordinaires l'équation finale en ν; mais la longueur du calcul le rendrait presque impraticable. Au lieu de cela, si l'on résout d'abord les équations (47) et (49), les racines de ces équations seront des valeurs assez approchées des racines des équations (50) et (51), pour qu'on puisse appliquer à celle-ci la méthode d'approximation de Newton, et arriver promptement au résultat cherché.

La valeur de V_1 sera toujours donnée par l'équation (48), où l'on pourra écrire ν au lieu de ν_1. Quoiqu'on ait supposé $\nu_2 = \nu_1$, la valeur de V_2 ne se confondra pas avec celle de V_1, comme dans le cas où la même majorité est requise pour l'acquittement et pour la condamnation. On aura

$$V_2 = V_1 + 924\nu^6(1 - \nu)^6.$$

Sur un nombre N d'accusés, le nombre des accusés acquittés, quoique condamnables, aura pour expression

$$P = \mu_1(1 - V_1)N, \qquad (52)$$

et celui des accusés condamnés, quoique non condamnables, sera exprimé par

$$Q = (1 - \mu_1)(1 - V_2)N, \qquad (53)$$

cette expression devenant nulle, quand on suppose $V_2 = 1$.

33. A l'exemple de M. Poisson, nous appliquerons ces formules à la statistique criminelle des six années comprises depuis 1825 jusqu'en 1830 inclusivement, sous l'empire d'une législation qui admettait des verdicts de condamnation à la simple majorité, mais seulement lorsque la majorité des cinq magistrats formant alors la cour d'assises, s'était réunie à la majorité du jury. On a eu pendant cette période, $N = 42300$; le nombre des condamnés s'est élevé à 25777.

Il ne serait pas parfaitement exact de prendre pour $C + C'$ ce nombre 25777. En effet, les accusés pour lesquels la minorité de la cour s'est réunie à la majorité du jury, ne sont point compris dans le nombre 25777, et doivent l'être dans le nombre $C + C'$.

Malheureusement les *Comptes rendus* ne nous font point connaître pour quel nombre d'accusés, mais dans quel nombre d'affaires, la cour a eu à délibérer, et s'est réunie, soit à la majorité, soit à la minorité du jury.

On y voit que dans les cinq années écoulées de 1826 à 1830 inclusivement, le nombre total des affaires ayant été de 26883, la cour a eu à délibérer pour 1911 affaires; qu'elle s'est réunie 1597 fois à la majorité, et 314 fois à la minorité du jury.

En admettant que le rapport du nombre des accusés au nombre des affaires criminelles reste sensiblement le même pour la masse totale des affaires, et pour la masse de celles qui ont provoqué l'intervention de la cour, nous en conclurons que, sur 26883 accusés, 1911 environ ont été condamnés par le jury à la simple majorité ; que parmi ceux-ci 1597 ayant été condamnés aussi par la majorité de la cour, figurent dans les *Comptes rendus* parmi les accusés condamnés ; tandis que 314 figurent parmi les accusés acquittés.

Nous en conclurons par suite que, sur 42300 accusés, 3007 environ ont été condamnés par le jury à la simple majorité ; que parmi ceux-ci 2513 ont été aussi condamnés par la majorité de la cour, tandis que 494 ont été définitivement acquittés par elle, et ne figurent point dans le nombre 25777 des accusés condamnés.

L'hypothèse sur laquelle reposent les proportions ci-dessus est tout-à-fait vraisemblable : l'erreur, si elle existe, tombe entre des limites qui permettent de la négliger.

En conséquence nous poserons $C + C' = 25777 + 494 = 26271$, $C' = 3007$; d'où $c + c' = 0{,}62106$, $c' = 0{,}07109$, $c = 0{,}54997$.

Tant qu'a duré la législation qui prescrivait l'intervention de la cour, pour le cas où la déclaration du jury n'était rendue qu'à la majorité simple, c'était un préjugé assez généralement répandu que les jurés, lorsqu'il y avait perplexité dans leurs esprits, *convenaient* de formuler leur déclaration *à la simple majorité,* pour obliger la cour à se prononcer, et rejeter sur elle la responsabilité du verdict. Le changement de législation est venu donner la preuve que ce préjugé n'avait pas de fondement.

En effet, en 1831 la loi ayant prescrit la majorité de 8 voix contre 4 pour un verdict de condamnation, sans que d'ailleurs la législation criminelle ait subi de modifications, on a eu $N = 7606$, $C = 4098$, d'où $c = 0{,}53878$. La différence entre cette valeur de c et celle trouvée ci-dessus, n'est que de 0,01119 (*), et tombe entre les limites des erreurs que comportent ces déterminations statistiques, eu égard surtout à ce que la dernière valeur de c n'est exclue que des nombres

(*) M. Poisson trouve pour cette différence 0,0005 ; mais cela provient de ce qu'il a négligé de comprendre dans le nombre désigné ci-dessus par $C + C'$ les accusés condamnés par le jury à la majorité simple, et définitivement acquittés par la cour. Au reste cette différence est insignifiante, eu égard au degré d'approximation que comporte la solution du problème.

donnés pour une seule année, dont les trois premiers mois ont même été régis par l'ancienne législation. Il en résulte que le prétendu penchant des jurés à s'entendre pour faire une déclaration fictive, sous l'empire de la législation abrogée par la loi du 4 mars 1831, n'a exercé sur la masse des affaires qu'une influence insensible.

Pendant les quatre années écoulées de 1832 à 1835 inclusivement, sous l'empire de la loi du 4 mars 1831, qui exigeait la majorité *de plus de sept voix* pour les déclarations de culpabilité, et du nouveau Code pénal qui permet au jury d'abaisser la peine par la déclaration des circonstances atténuantes, on a eu $N = 28702$, $C = 17116$, d'où $c = 0,59633$. On en doit conclure que la faculté accordée au jury de déclarer les circonstances atténuantes, et les autres adoucissements introduits dans la législation pénale, ont accru d'environ 0,046, le rapport du nombre des accusés condamnés à la majorité de plus de sept voix, au nombre total des accusés.

La loi du 9 septembre 1835 a introduit le vote secret, ou plutôt l'a rendu facultatif pour les jurés. Elle n'a plus exigé que la majorité simple pour un verdict de condamnation, mais en laissant à la majorité de la cour la faculté d'annuler d'office le verdict de condamnation rendu à la majorité simple, et en obligeant en conséquence les jurés à faire mention de cette dernière circonstance dans leurs déclarations. La publication des *Comptes rendus* pour les années 1836 et suivantes, apprendra donc : 1°. si la faculté du vote secret a changé le rapport c; 2°. quelles variations la faculté du vote secret, combinée avec les adoucissements de la législation pénale introduits en 1832, a pu apporter au rapport c', précédemment déterminé pour la période de 1825 à 1830.

34. Si l'on fait dans l'équation (47),

$$c = 0,550, \quad c' = 0,071,$$

on aura $v_1 = 0,750$, et par suite $\mu_1 = 0,657$. Ces valeurs sont relatives à l'hypothèse $v_2 = 1$. Elles donnent 0,946 pour la chance V_1 qu'un accusé condamnable avait de réunir contre lui la majorité des jurés, sous l'empire de la législation qui régnait de 1826 à 1830. Le nombre des accusés, pendant la période que nous considérons, étant de 42300, nous ferons dans l'équation (52), $N=42300$, $V_1=0,946$, $u_1=0,657$, ce qui nous donnera $P=1511$ pour le nombre des accusés acquittés par le jury durant cette période, quoique condamnables, le nombre total des accusés acquittés sans l'intervention de la cour, étant de 16029.

La seconde hypothèse $v_1=v_2=v$ nous donnera encore $v=0,750$, à l'ordre d'approximation auquel nous nous arrêtons : la valeur de u_1 sera un peu plus faible que dans la première hypothèse, et se réduira à 0,650. On aura $V_1=0,946$, $V_2=0,986$; ce qui donne, sur 42300 accusés, $P=1496$ accusés acquittés par les jurés, quoique condamnables, et $Q=210$ accusés condamnés par la majorité des jurés, quoique non condamnables, le nombre total des accusés déclarés coupables par le jury étant 26271. Il faut observer que dans ce nombre Q doivent figurer des accusés condamnés par les jurés à la majorité simple, et acquittés ensuite par la cour d'assises. Il faut surtout ne pas perdre de vue la définition que nous avons donnée des mots condamnables et non condamnables : définition sur laquelle nous reviendrons encore à la fin de ce mémoire.

Si, durant le cours de la période dont il s'agit, la majorité de plus de sept voix eût été exigée pour la déclaration de culpabilité, comme elle l'a été par la loi du 4 mars 1831, le nombre des accusés condamnés se serait abaissé à 23264. On aurait eu, dans l'hypothèse $v_2=1$, $P=4360$ accusés acquittés, quoique condamnables. Dans la seconde hypothèse $v_2=v_1$, on aurait eu $P=4317$, le nombre Q restant toujours nul, attendu que la probabilité de la condamnation d'un seul accusé non condamnable devient insensible pour les valeurs de v et de u_1.

35. Les résultats que l'on vient d'obtenir se rapportent à la série générale des accusés, sans distinction de catégories, et à l'hypothèse essentiellement fautive, où les causes d'erreur agissent d'une manière fortuite et indépendante sur chaque juré, en un mot à l'hypothèse où l'on fait abstraction de l'influence des causes objectives d'erreur. Nous avons vu dans les art. 19 et suivants, comment le perfectionnement de la statistique judiciaire, en permettant de subdiviser la série générale des jugements en catégories de plus en plus nombreuses,

donne aussi les moyens de s'affranchir de plus en plus de l'influence des causes objectives d'erreur. Cette théorie reçoit ici son application. Ainsi les *Comptes rendus* classent d'abord les accusés en deux grandes catégories, selon qu'il s'agit de crimes qualifiés *contre les personnes*, ou de crimes qualifiés *contre les propriétés*. Chacune de ces catégories se subdivise en plusieurs autres, d'après l'espèce du crime; et une foule d'autres divisions peuvent encore être établies, selon le sexe, l'âge, le degré d'instruction des accusés, leur état de récidive, la nature des peines correspondantes aux crimes, etc.

Pour abréger, nous ne nous occuperons que de la division en deux catégories, celles des accusés de crimes contre les personnes et des accusés de crimes contre les propriétés; nous désignerons par v', v'', μ_1', μ_1'', les valeurs de v, μ_1, selon qu'elles se rapportent à la première ou à la seconde catégorie; et nous prendrons ces valeurs, telles que M. Poisson les a calculées, bien qu'elles soient susceptibles de quelques corrections, analogues à celles que l'on a indiquées plus haut pour la série générale, mais qui se confondent sensiblement avec les erreurs inévitables, résultant de l'imperfection des données. Nous aurons ainsi :

$$v' = 0{,}6786, \quad \mu_1' = 0{,}5354,$$
$$v'' = 0{,}7771, \quad \mu_1'' = 0{,}6744;$$

ces valeurs se rapportant à l'hypothèse $v_2' = v_1' = v'$, $v_2'' = v_1'' = v''$, la seule que M. Poisson ait considérée.

Il est curieux de voir ce que deviennent, pour la série générale, les valeurs de v, μ_1, calculées au moyen des valeurs précédentes, et des formules

$$v = \mu' v' + \mu'' v'',$$
$$\mu_1 = \mu' \mu_1' + \mu'' \mu_1'',$$

dans lesquelles μ' désigne le rapport du nombre des accusés de crimes contre les personnes au nombre total des accusés, et μ'' le rapport du nombre des accusés de crimes contre les propriétés au même nombre total des accusés, de sorte que $\mu' + \mu'' = 1$.

Sur les 42300 individus accusés pendant la période qui nous occupe, 11016 l'ont été pour des crimes contre les personnes, et 31284 pour des crimes contre les propriétés, ce qui donne

$$\mu' = 0{,}2598, \quad \mu'' = 0{,}7402.$$

Au moyen de ces valeurs on trouve

$$\nu = 0{,}751, \quad \mu_1 = 0{,}638,$$

ce qui diffère peu des valeurs assignées plus haut à ν et à μ_1. La différence est surtout insensible pour ce qui concerne la valeur de ν, et tombe tout-à-fait dans les limites de l'erreur que comporte l'imperfection des données.

Ainsi l'on peut regarder les valeurs moyennes des éléments ν, μ_1, pour la série générale, comme déterminées avec une approximation suffisante, d'après la nature des données, sans qu'il soit besoin de multiplier davantage le nombre des catégories.

Il n'en est pas de même à l'égard des nombres P, Q. Ainsi, en désignant par P′, Q′, P″, Q″ les valeurs de P et de Q pour chacune des deux catégories, on trouve,

$$\begin{aligned} P' &= 910, & Q' &= 282, \\ P'' &= 681, & Q'' &= 74; \end{aligned}$$

d'où $P' + P'' = 1591$, au lieu de 1496, nombre trouvé pour P, en appliquant les formules à la série générale, et $Q' + Q'' = 356$, au lieu de 210, nombre trouvé par Q, en vertu des mêmes formules.

On ne peut donc regarder les valeurs primitivement trouvées pour P et Q, et même celles que nous donne la division en deux catégories, que comme des limites inférieures des vraies valeurs de P et de Q, d'après la signification attachée à ces lettres.

Mais d'un autre côté ces valeurs de P et de Q sont obtenues dans l'hypothèse $\nu_2 = \nu_1$, tandis que vraisemblablement la valeur de ν_2 tombe entre ν_1 et l'unité; ce qui tend à augmenter la valeur de P et à diminuer la valeur de Q, ou même à la rendre insensible.

Dans tous les cas on peut affirmer qu'il n'y a pas eu, dans la période qui nous occupe, un accusé sur cent, condamné quoique non condamnable, c'est-à-dire d'après notre définition, quoique la chance d'un vote de condamnation tombât pour cet accusé au-dessous de $\frac{1}{2}$.

Dans ce petit nombre d'accusés condamnés, quoique non condamnables, il est légitime et consolant de croire que la plupart étaient coupables; mais nous n'avons aucun moyen d'évaluer, même approximativement, la probabilité de leur culpabilité réelle.

D'un autre côté cette catégorie d'accusés condamnés, quoique non condamnables, ne comprend pas nécessairement tous les accusés qui ont pu être condamnés quoique innocents. Il n'est malheureusement pas impossible que pour quelques accusés innocents la chance d'un vote de condamnation tombe au-dessus de $\frac{1}{2}$ et soit même très voisine de l'unité. Le calcul appliqué à la statistique judiciaire n'a aucun moyen d'atteindre cette éventualité et d'en assigner la chance.

36. En terminant ce mémoire, nous croyons utile d'ajouter encore quelques explications à celles qui ont déjà été données sur la signification des lettres v_1, v_2, et sur le sens de la distinction fondamentale établie entre les accusés condamnables et les accusés non condamnables.

Ne considérons d'abord pour simplifier que des accusés compris dans une même catégorie, pour lesquels l'influence des causes objectives d'erreur est constante, tandis que les causes subjectives d'erreur agissent d'une manière fortuite et variable d'un juge à l'autre. Admettons aussi qu'à l'égard de ces accusés on puisse ne faire qu'une seule catégorie de tous les citoyens appelés ou susceptibles d'être appelés à remplir les fonctions de jurés. Le rapport du nombre des votes de condamnation au nombre des votes d'acquittement, sera le même, soit que l'on fasse juger successivement, par un même juré pris au hasard un très grand nombre d'accusés, soit que l'on interroge sur le même accusé un très grand nombre de jurés. Dans l'un et dans l'autre cas, ce rapport sera $\frac{v_1}{v_2}$, v_1 désignant la chance d'un vote de condamnation, et v_2 la chance d'un vote d'acquittement, pour la catégorie d'accusés et pour la catégorie de jurés dont il s'agit.

Donc, puisque nous entendons et devons entendre par accusés condamnables ceux pour lesquels v_1 surpasse $\frac{1}{2}$ et par conséquent v_2, les accusés condamnables seront ceux qui seraient certainement condamnés, au moins à la majorité simple, si les débats avaient lieu devant un nombre très grand de jurés, pour chacun desquels les chances ν_1, ν_2 auraient la même valeur.

Cette conclusion subsiste encore, dans le cas où il n'est plus permis de supposer que les chances ν_1, ν_2 conservent les mêmes valeurs pour tous les citoyens parmi lesquels le sort désigne ceux qui doivent remplir les fonctions de jurés. En effet ν_1, ν_2 désignent alors des moyennes de la forme

$$\mu'\nu_1' + \mu''\nu_1'' + \mu'''\nu_1''' + \text{etc.}, \qquad (54)$$
$$\mu'\nu_2' + \mu''\nu_2'' + \mu'''\nu_2''' + \text{etc.}, \qquad (55)$$

ν_1', ν_1'', ... ν_2', ν_2''... étant les valeurs de ν_1, ν_2 pour chaque catégorie de jurés, et μ', μ''... exprimant pour chaque catégorie le rapport du nombre des citoyens qui la composent au nombre total des citoyens compris sur la liste générale des jurés. Mais évidemment les quantités (54) et (55) expriment aussi les probabilités qu'un juré pris au hasard sur la liste générale condamnera ou acquittera l'accusé; et quand l'expression (54), qui est celle de ν_1, surpassera $\frac{1}{2}$ (c'est-à-dire quand l'accusé sera condamnable dans le sens de la définition), on sera certain que la condamnation aurait lieu, au moins à la majorité simple, si l'on pouvait convoquer aux débats un très grand nombre de jurés, pris au hasard sur la liste générale.

Selon cette manière de définir les quantités ν_1, ν_2 et leurs analogues, les questions qui font l'objet du présent mémoire prennent un sens purement arithmétique, facilement saisissable, même par les personnes étrangères à l'analyse mathématique; et l'on écarte ces considérations délicates qui se rattachent à l'emploi des mots *vérité* et *erreur*, quand il s'agit de jugements comme ceux que rendent les tribunaux, pour lesquels il n'y a pas en général de *criterium* de vérité. En conséquence, c'est sous ce dernier point de vue, abstraction faite de toute hypothèse sur la vérité ou l'erreur du jugement, que j'avais envisagé depuis long-temps l'application du calcul des chances à la statistique judiciaire; mais après avoir lu et étudié avec toute l'attention dont je suis capable l'important traité de M. Poisson sur la matière, j'ai trouvé bien préférable de rattacher mes recherches à celles de cet éminent géomètre, en insistant toutefois sur les explications qui démontrent à mon sens l'identité des résultats auxquels on est définitivement amené, en partant de l'une ou de l'autre base.

37. Bien loin que les dédains de certains légistes pour le calcul des chances judiciaires soit fondé, le point de vue sous lequel le législateur envisage l'organisation des tribunaux est au fond le même que celui du géomètre. Le législateur ne se préoccupe que des résultats moyens et généraux du système qu'il institue; et le géomètre sait que ses formules n'ont de valeur qu'autant qu'elles s'appliquent à de grands nombres, sans qu'elles puissent avoir de prise sur un cas particulier. Le législateur ne peut interroger que la statistique judiciaire, s'il veut trouver la confirmation authentique de ses prévisions; sans la statistique les formules du géomètre resteraient stériles, ou du moins on n'en pourrait tirer que quelques propositions générales et non des résultats numériques.

Le législateur sait ou doit savoir que les institutions judiciaires ne préviendront jamais ces méprises fatales qui chargent l'innocence de toutes les apparences du crime; qu'elles n'empêcheront pas en matière civile ces erreurs de jurisprudence qui prennent leur source dans un préjugé dominant; que leur unique destination est de garantir un jugement conforme à celui de la majorité des hommes impartiaux et éclairés pour l'époque; d'offrir même en matière criminelle une garantie suffisante que le jugement de condamnation aurait l'assentiment d'une grande majorité; de restreindre l'influence des anomalies du sort sur la destinée de l'accusé.

Tous les faits que le législateur ne peut atteindre par les combinaisons dont il dispose, le géomètre ne peut pas davantage les soumettre au calcul; et ce qui est saisissable pour l'un est saisissable pour l'autre, à l'aide des documents statistiques.

Note du Rédacteur. Pendant que M. Cournot travaillait à ce Mémoire, M. Bienaymé de son côté s'occupait des même questions. Ses recherches, dont il m'a communiqué à plusieurs reprises divers résultats, remontent à l'année 1835. J'aurais désiré pouvoir les faire imprimer ici; mais les occupations multipliées de l'auteur ne lui ont pas permis de les rédiger complétement. Il en a donné seulement à la Société Philomatique une analyse très succincte qui sera publiée dans le journal *l'Institut*. (J. Liouville.)